Géométrie dans l'espace

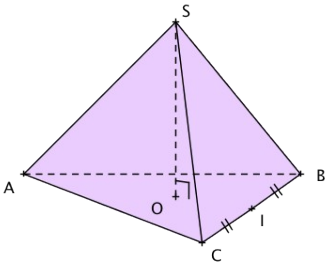
Solides de base

1 Calculer le volume de chaque solide :

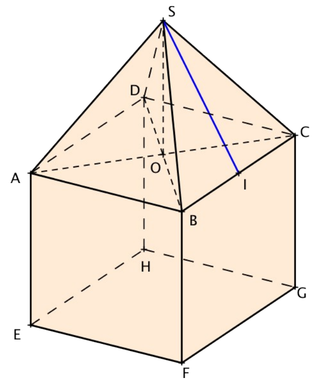
1) un cube d'arête 5 cm ;
2) un pavé droit de dimensions 8 m ; 2,5 m et 3 m ;
3) un cylindre de révolution de hauteur 7 cm et dont un disque de base a pour rayon 2 cm.

2 SABC est une pyramide de hauteur 5 cm et dont la base est un triangle équilatéral ABC tel que AB = 4 cm.
On appelle I le milieu du segment [BC].

1) Montrer que AI = $\sqrt{12}$ cm.
2) En déduire le volume de la pyramide.



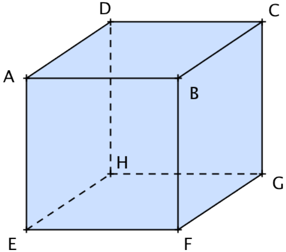
3 On considère une boîte ayant la forme d'un solide SABCDEFGH à neuf faces.
Ce solide se compose d'un cube d'arête 4 cm et d'une pyramide régulière SABCD de sommet S.
On note O le centre du carré ABCD et I le milieu du segment [BC]. SO = 2 cm.



1) Quelle est la longueur du segment [OI].
2) On admet que le triangle SOI est rectangle en O. Démontrer que SI = $\sqrt{8}$ cm.
3) **a)** Justifier que [SI] est perpendiculaire à [BC].
b) En déduire la valeur exacte de l'aire du triangle SBC, puis celle de l'aire latérale de la pyramide SABCD.
c) Calculer, en cm², la valeur exacte de l'aire totale du solide SABCDEFGH, puis donner l'arrondi au centième.

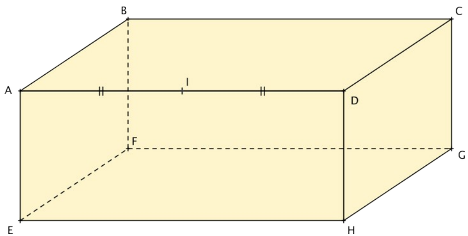
Sections planes

4 La figure ci-contre est la représentation en perspective cavalière d'un cube ABCDEFGH d'arête 5 cm.



1) Sur la figure :
   a) placer le point I milieu du segment [AB] ;
   b) tracer la section du cube par le plan qui passe par le point I et qui est parallèle à la face BCGF.
2) Quelle est la nature de cette section.
3) Reproduire cette section en vraie grandeur.

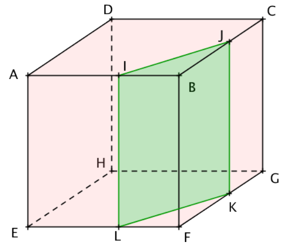
5 On considère le pavé droit suivant, avec AD = 10 cm ; AB = 6 cm et AE = 4 cm.



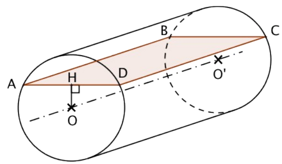
1) Tracer la section du pavé par un plan qui passe par les points I, H et G et qui est parallèle à l'arête [CD].
2) Représenter en vraie grandeur cette section.

6 Le quadrilatère IJKL est le section d'un cube par un plan parallèle à l'arête [AE].
On donne : AE = 5 cm ;
AI = 3 cm ; BJ = 3 cm.

1) Calculer les dimensions du quadrilatère IJKL.
2) Calculer le volume du prisme droit BIJFLK.



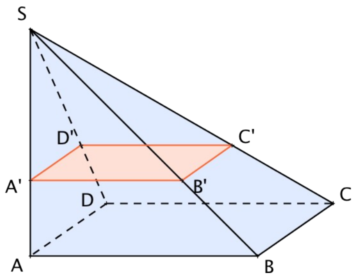
7 On coupe un cylindre de révolution par un plan ($\mathcal{P}$) parallèle à son axe (OO'). La section est le quadrilatère ABCD. La hauteur du cylindre est 15 cm ; sa base a pour rayon 7 cm. La distance du point O au plan ($\mathcal{P}$) est OH = 3 cm.



1) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD.
2) Calculer ses dimensions.

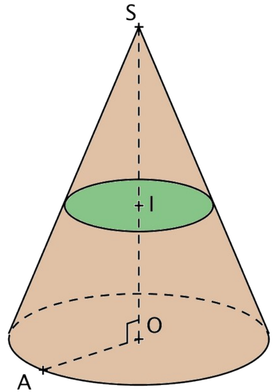
Agrandissement et réduction

8 SABCD est une pyramide dont la base est un rectangle ABCD. On place sur sa hauteur [SA] le point A' tel que
SA' = 6 cm.
En coupant la pyramide SABCD par un plan passant par A' et parallèle à sa base, on obtient une pyramide réduite SA'B'C'D'.
On donne :
SA = 9 cm ;
AB = 8 cm ;
BC = 6 cm.



1) Calculer le rapport de réduction.
2) **a)** Calculer l'aire du rectangle ABCD.
b) En déduire l'aire du quadrilatère A'B'C'D'.
3) **a)** Calculer le volume de la pyramide SABCD.
b) En déduire le volume de la pyramide SA'B'C'D'.

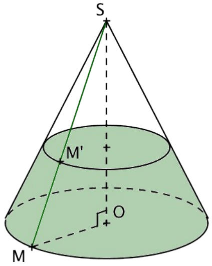
9 En coupant un cône de révolution (*C*) par un plan parallèle à sa base, on obtient un cône de révolution (*C* '), réduction du cône (*C*).



On donne : SO = 7 cm ; SI = 4 cm ; OA = 3 cm .
Calculer le volume du cône (*C* ').

10 L'aire d'une figure est 1 455 cm^2.
On effectue un agrandissement de cette figure.
La figure obtenue a pour aire 52 380 cm^2.
Calculer le rapport de cet agrandissement.

11 (C) est un cône de révolution de sommet S et de base le disque de centre O et de rayon OM.
Le point M' appartient à la génératrice [SM].
On coupe ce cône par un plan passant par le point M' et parallèle à sa base. On obtient alors un cône (*C* ') réduction du cône (*C*).



On donne :
SM = 8 cm ;
SM' = 5 cm ;
OM = 3 cm.

1) Calculer le volume du cône (*C*).

2) Calculer le volume du cône (*C* ').

3) Calculer le volume du tronc du cône (*C*) .

Repérage dans l'espace

12 *L'unité est le cm ou, pour faciliter le tracé, un grand carreau.*
ABCDEFGH est un pavé droit tel que :
AB = 10, AD = 6 et AE = 4.
On place les points I, J et K respectivement sur [AB], [AD] et [AE] tels que AI = AJ = AK = 1.
On considère le repère (A ; I, J, K).
Ainsi, les coordonnées de G sont (10 ; 6 ; 4).

1) Tracer un pavé en perspective cavalière tel que :
- ABCD soit la face au sol ;
- ABFE soit la face avant ;
- ABFE est représentée en vraie grandeur ;
- la fuyante [AD] environ 4 sur le dessin.

2) Calculer la distance AC.

3) Quelle est la nature du triangle ACG ? En déduire AG.

4) On considère trois nouveaux points :
- le point S (5 ; 3 ; 2)
- le point T (4 ; 4 ; 2)
- le point U (4 ; 5 ; 1).

a) Placer les point S, T et U sur la figure.

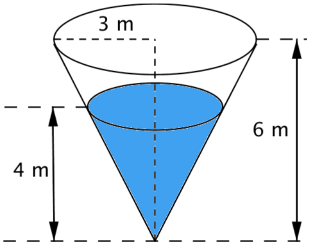
b) Lequel de ces trois points est le plus proche de A ?

c) Lequel de ces trois points est le plus éloigné de A ?

5) A quelle distance du point A se trouve le centre du pavé droit ?

Faire le point

13 Un bassin a la forme d'un cône de hauteur 6 m, dont la base est un disque de rayon 3 m.



1) **a)** Montrer que son volume exact $\mathcal{V}$, en m^3, est égal à 18π. En donner l'arrondi au m^3 près.

b) Ce volume représente-t-il supérieur à 10 000 L ?

2) **a)** Combien de temps faudrait-il à une pompe débitant 15 litres par seconde pour remplir complètement ce bassin ?
Donner le résultat arrondi à la seconde près.

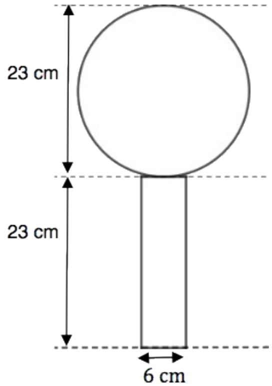
b) Cette durée est-elle inférieure à une heure ?

3) On remplit ce bassin avec de l'eau sur une hauteur de 4 m. On admet que l'eau occupe un cône qui est une réduction du bassin.

a) Quel est le coefficient de réduction ?

b) En déduire le volume d'eau exact $\mathcal{V}'$ contenu dans le bassin.

14 Le gros globe de cristal est un trophée attribué au vainqueur de la coupe du monde de ski. Ce trophée pèse 9 kg et mesure 46 cm de hauteur.



1) On considère que ce globe est composé d'un cylindre en cristal de diamètre 6 cm, surmonté d'une boule de cristal. Montrer qu'une valeur approchée du volume de la boule de ce trophée est de 6371 cm^3.

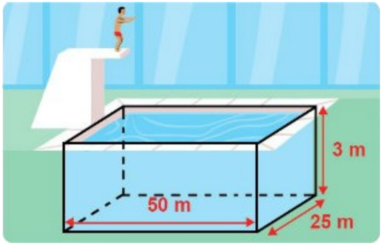
2) Marie affirme que le volume de la boule de cristal représente environ 90% du volume total du trophée.
A-t-elle raison ?

La ville de La Roche-sur-Yon a construit une nouvelle piscine olympique. Les employés municipaux doivent la remplir à l'aide d'une pompe à eau. Ils enclenchent la pompe lundi matin à 8 h.

➢ Déterminer l'heure à laquelle les employés municipaux doivent revenir pour surveiller la fin du remplissage afin que la piscine ne déborde pas.

DOC 1 **Une piscine olympique**

Une piscine olympique a la forme d'un pavé droit dont voici une vue en perspective.
Sa longueur est de 50 m, sa largeur de 25 m et sa profondeur de 3 m.



DOC 2 **La pompe à eau**

Les employés municipaux ont choisi la pompe BX-23 (Débit : 36 000 L/h).

DOC 3 **Horaires de travail**

Les employés municipaux se relaient du lundi au samedi de 8 h à 18 h.
Il faut qu'ils soient présents durant les deux dernières heures du remplissage.