Trigonométrie

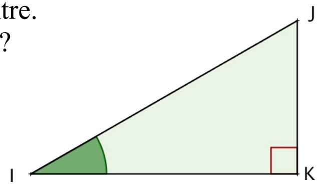
Définitions

1 On considère le triangle ci-contre.

1) Quelle est l'hypoténuse de IJK ?

2) A l'aide des points nommés de la figure, exprimer :

a) $\cos \widehat{JIK}$; **b)** $\cos \widehat{IJK}$.



2 **1)** Tracer un triangle ABC rectangle en A.

2) Repasser en rouge l'hypoténuse.
Repasser en bleu le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$.

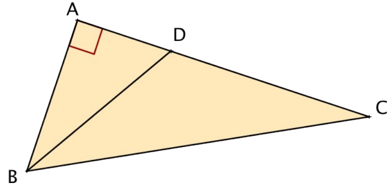
3) Recopier et compléter : $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{\dots}{\dots}$.

3 **1)** Tracer un triangle MNP rectangle en P.

2) Repasser en vert le côté adjacent à l'angle $\widehat{PMN}$.
Repasser en bleu le côté opposé à l'angle $\widehat{PMN}$.

3) recopier et compléter : $\tan \widehat{PMN} = \dfrac{\dots}{\dots}$.

4 On considère la figure ci-dessous où le point D appartient au segment [AC].



En utilisant les points nommés de la figure, et en précisant le triangle rectangle utilisé, recopier et compléter :

a) $\dots\ \widehat{ADB} = \dfrac{AD}{BD}$;

b) $\sin \dots = \dfrac{AD}{BD}$;

c) $\dots\ \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC}$;

d) $\tan \dots = \dfrac{AB}{AC}$;

e) $\dots\ \widehat{ABD} = \dfrac{AD}{AB}$;

f) $\tan \dots = \dfrac{AB}{AD}$;

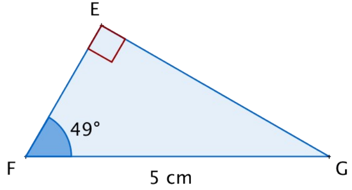
g) $\cos \dots = \dfrac{AC}{BC}$;

h) $\dots\ \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$.

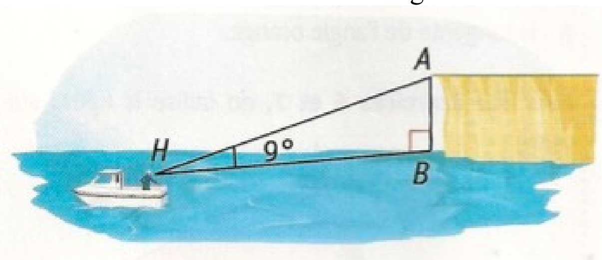
Calculer une longueur

5

Calculer les longueurs EG et EF arrondies au millimètre près.



6 Un homme sur un bateau à 500 m de la côté voit le point culminant d'une falaise sous un angle de 9°.



Calculer au mètre près la hauteur de cette falaise.

7 Le triangle RST est tel que :

$ST = 6,5$ cm, $\widehat{TSR} = 50°$ et $SR = 3,4$ cm.

Le point H est le pied de la hauteur issue de R.
Calculer la longueur RH arrondie au centième.

Calculer un angle

8 MNP est un triangle rectangle en M tel que :

$MP = 3,5$ cm et $MN = 4,2$ cm.

Calculer l'arrondi au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{MPN}$

9 MNP est un triangle rectangle en N tel que :

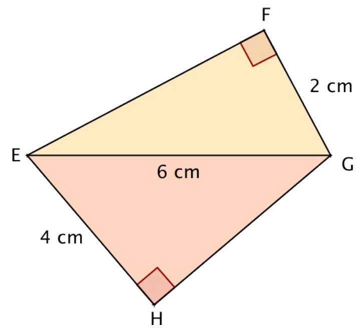
$MP = 4,2$ cm et $MN = 3,5$ cm.

Calculer l'arrondi au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{NPM}$

10

1) Calculer l'arrondi au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{HEG}$.

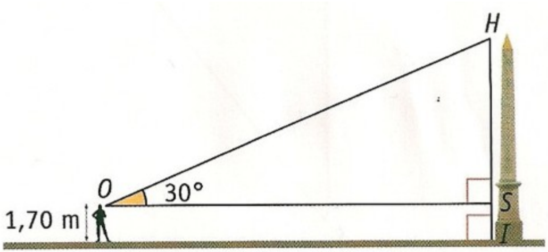
2) Calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{HEF}$.



11 Une échelle de 5 m de long est posée contre un mur vertical. Le pied de l'échelle est à 1m du pied du mur.
Quelle est la mesure, arrondie au degré près, de l'angle formé par l'échelle avec le sol ?

Raisonner

12 Un observateur admire l'obélisque de la place de la Concorde à Paris. Ses yeux se trouvent à 1,70 m du sol.



Sachant que la hauteur de l'obélisque est 23 m, à quelle distance de celle-ci se trouve cet observateur ? Arrondir au mètre près.

13

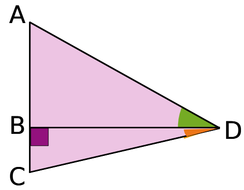
1) Tracer un cercle (C) de diamètre [AB] avec AB = 6 cm. Construire le point D de (C) tel que AD = 4,6 cm.

2) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$ arrondie au degré près.

3) Le point H est le pied de la hauteur issue de D. Calculer une valeur approchée de la longueur DH.

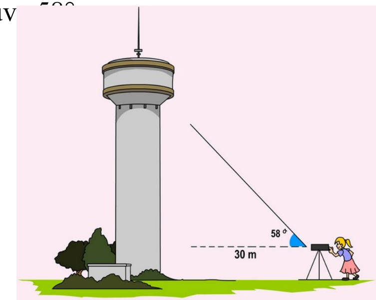
14 Observer le dessin ci-dessous.

On a $\widehat{ADB} = 52°$; BD = 20 dm et $\widehat{BDC} = 8°$.



Calculer le périmètre du triangle ACD arrondi au décimètre.

15 Juliette mesure l'angle entre l'horizontale et le haut du réservoir d'un château d'eau grâce à un appareil placé à 1,70 m du sol. Elle trouv



1) Calculer la hauteur du château d'eau arrondie au mètre.

2) La contenance de celui-ci est de 500 m3 d'eau. Calculer le diamètre de la base en considérant que le réservoir du château d'eau est cylindrique. Arrondir au décimètre.

Fonctions trigonométriques

16 Le triangle MNO est rectangle.

On sait que sin $\widehat{NMO} = \dfrac{NO}{MO}$.

1) En déduire l'écriture de cos $\widehat{NMO}$ et tan $\widehat{NMO}$ en fonction des longueurs des côtés du triangle.

2) En quel sommet le triangle MNO est-il rectangle ?

17 Dans un triangle ABC rectangle en B, on sait que :

sin $\widehat{BAC} = \dfrac{4}{5}$ et cos $\widehat{BAC} = \dfrac{3}{5}$.

1) Quelle est la valeur de tan $\widehat{BAC}$.

2) On sait que l'hypoténuse de ce triangle mesure 7,5 cm. Quelle est la mesure des autres côtés du triangle ?

18 Dans chaque cas, préciser si l'angle donné peut exister ou non. Justifier.

1) Dans le triangle ABC, rectangle en A, sin $\hat{B} = 0,7$.

2) Dans le triangle DEF, rectangle en F, cos $\hat{E} = 1,3$.

3) Dans le triangle GHI, rectangle en G, tan $\hat{G} = 2,8$.

4) Dans le triangle JKL, rectangle en K, sin $\hat{J} = 3$.

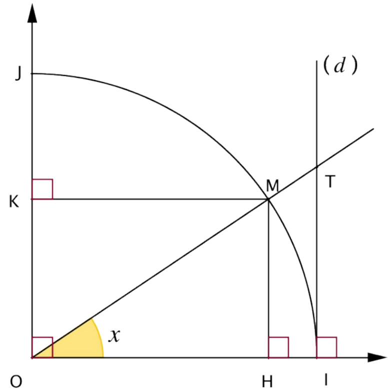
5) Dans le triangleMNO, rectangle en O, cos $\hat{N} = 0,9$.

6) Dans le triangle STU, rectangle en T, tan $\hat{S} = 0,3$.

7) Dans le triangle XYZ, rectangle en Y, tan $\hat{Y} = 2,1$.

Cercle trigonométrique

19 Dans le repère ci-contre, OI = OJ = 1.



Le point M appartient au quart de cercle $\overset{\frown}{IJ}$ de centre O et de rayon 1.

H est sur (OI) tel que (MH) ⊥ (OI)

K est sur (OJ) tel que (MK) ⊥ (OJ).

la droite (d) est la tangente en I au quart de cercle. (OM) coupe (d) au point T.

1) Démontrer que OH = cos x.

2) Démontrer que OK = sin x.

Démontrer que $\dfrac{OH}{OI} = \dfrac{MH}{TI}$.

En déduire que TI = tan x.

Ce quart de cercle est le *quart de cercle trigonométrique*.

3) Tracer un quart de cercle trigonométrique tel que :
OI = OJ = 10 cm. Tracer une figure par exercice.

4) Placer, sur ce quart de cercle, un point M tel que $\widehat{IOM} = 28°$. Lire graphiquement cos 28°, sin 28°, tan 28°.

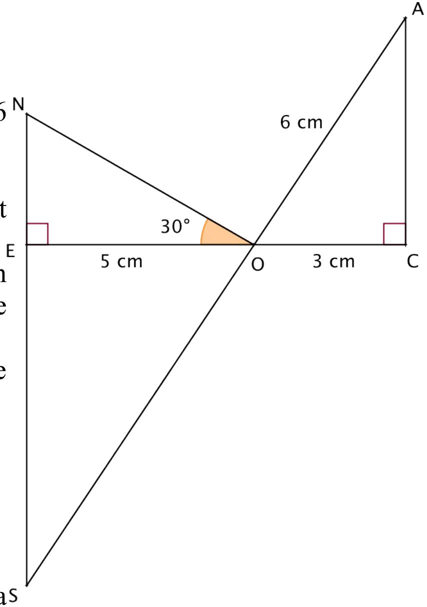
5) **a)** Lire de même cos 36°, sin 36°, tan 36°.

b) Lire de même cos 60°, sin 60°, tan 60°.

Faire le point

20 On sait que :

- EO = 5 cm,
- OC = 3 cm et OA = 6 cm ;
- les points E, O et C sont alignés ;
- ENO est rectangle en E, OCA est rectangle en C ;
- la droite (AO) coupe la droite (NE) en S.



1) Montrer que la mesure du segment [AC], en centimètre, est $\sqrt{27}$.

2) **a)** Montrer que les droites (NS) et (AC) sont parallèles.

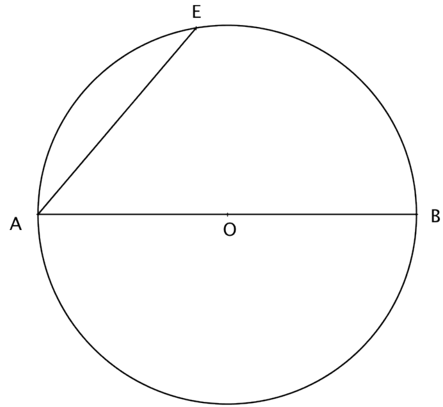
b) Calculer les valeurs exactes de OS et de ES.

3) Calculer NE sachant que $\widehat{NOE} = 30°$.

4) **a)** Calculer la mesure de l'angle $\widehat{COA}$.

b) Démontrer que le triangle SON est rectangle.

21



On considère un cercle de centre O et de rayon 2,4 cm.
Soit [AB] un diamètre de ce cercle.
Soit E un point de ce cercle tel que AE = 3,1 cm.
On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie.

1) Quelle est la nature du triangle AEB ? Justifier.

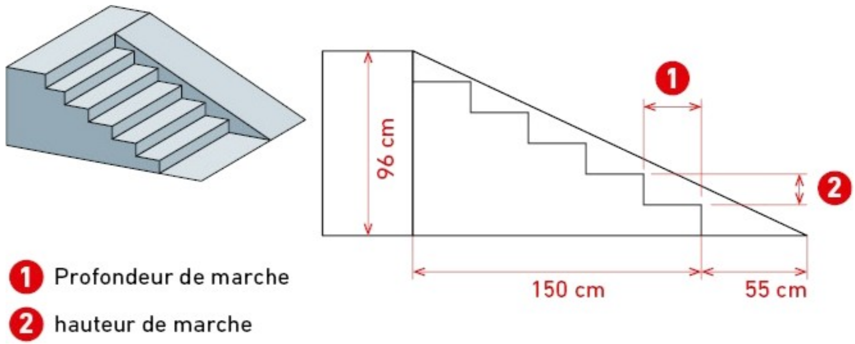
2) Calculer la mesure, arrondie au degré près de l'angle .

3) Soit H le projeté orthogonal du point E sur la droite (AB).Calculer la valeur arrondie au millimètre de EH.

Dans le skatepark du village de Dorian, la mairie veut installer un plan incliné avec un escalier permettant d'y accéder.

➢ Le projet répond-il aux normes de sécurité et aux demandes des usagers ?

DOC 2 **Le projet de la mairie**



DOC 1 **Demandes des usagers**

- La longueur du plan incliné doit idéalement être comprise entre 2,20 m et 2,50 m.
- L'angle formé par le plan incliné avec le sol doit être plus grand que 20°, mais plus petit que 30°.

DOC 3 **Normes de sécurité**

Lors de la construction d'un escalier, la quantité $2h + p$ (où h est la hauteur d'une marche en centimètre et p est la profondeur d'une marche en centimètre) doit être comprise entre 60 et 65 inclus.