

# Equations

## QCM

- 1** Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule réponse est exacte. Entourer la bonne réponse.

N°	Enoncé	Réponses proposées		
1)	Camille a le double de l'âge de Julie. A eux deux, ils ont 48 ans. Camille a ...	16 ans	24 ans	32 ans
2)	Une équation du premier degré est par exemple ...	$x^2 - x = 1$	$2 - 7 = 5$	$2x - 5 = 7$
3)	Une solution de $3x - 5 = 1$ est :	1	2	3
4)	Une solution de $x^2 = 16$ est :	-4	8	32

## Tester

- 2** 1) On considère l'équation :  $(2x - 4)(x + 1) = 0$ . Chacun des nombres suivants est-il une solution de l'équation ? Justifier la réponse.

a) 2 ;      b) -2 ;      c) 0 ;      d) -1

- 2) Même questions avec l'équation :  $x^2 + x - 2 = 0$ .

- 3** On considère l'inégalité :

$$3\left(\frac{2}{7}x - 4\right) + 6\left(-\frac{5}{14}x + 2\right) \geq x - 7.$$

- Chacun des nombres suivants vérifie-t-il cette inégalité ?

a) 7 ;      c) 0 ;      e) -14.  
b) -7 ;      d) 14 ;

- 4** On considère la double inégalité :

$$4(2x + 1) - 3 \leq 9x - 1 < -3x + 27.$$

- Chacun des nombres suivants vérifie-t-il cette inégalité ?

a) 1 ;      b) 2 ;      c) 3.

## Résolution d'équations

**5** Résoudre chaque équation.

- a)  $x + 3 = 2$  ;                      c)  $3x = 2$  ;  
 b)  $x - 3 = 2$  ;                        d)  $x : 3 = 2$ .

**6** Résoudre chaque équation.

- a)  $2x + 3 = 1$  ;                        c)  $2(x + 3) = 1$  ;  
 b)  $2x - 3 = 1$  ;                        d)  $2(x - 3) = 1$ .

**7** Résoudre chaque équation.

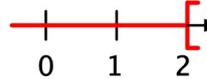
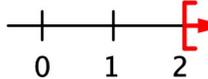
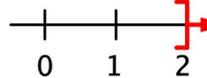
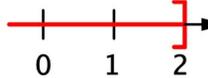
- a)  $\frac{x}{5} = 3$  ;                                c)  $\frac{x}{5} = 3(x + 1)$  ;  
 b)  $\frac{x}{5} = \frac{4}{3}$  ;                                d)  $\frac{3}{7}x = -8(5x - 7)$ .

**8** Résoudre chaque équation.

- a)  $-5(x + 2) + 3(x - 3) = 7$  ;  
 b)  $7(2x - 6) - 4(5x - 8) = -5x$  ;  
 c)  $7\left(\frac{2}{7}x - 5\right) - 3\left(\frac{4}{3}x - 8\right) = -3$  ;  
 d)  $\frac{-2}{5}(5x + 10) + \frac{1}{3}(9x - 3) = 2$

## Résolution d'inéquations

**9** Associer chaque inéquation avec la représentation de ses solutions sur une droite graduée. Les solutions sont représentées en rouge.

- a)  $x > 2$                       1)                       3)   
 b)  $x \leq 2$                       2)                       4)   
 c)  $x \geq 2$   
 d)  $x < 2$

**10** Résoudre chaque inéquation.

- a)  $x - 3 > 2$                       d)  $4t \geq -20$                       g)  $5x + 3 > 8$   
 b)  $y + 4 \leq 1$                       e)  $-5x > 2$                       h)  $\frac{x}{3} \leq 2$   
 c)  $2 - x < 5$                       f)  $2a - 5 \leq -4$                       i)  $1 - 2x \geq -3$

**11** Résoudre chaque inéquation.

- a)  $5x + 3 > 2x - 9$                       c)  $2x + 3 \leq 3x + 1$   
 b)  $4x + 1 \geq 6x - 2$                       d)  $5x + 4 < 2 - 3x$

**12** Une famille espère économiser 250 € par an en récupérant l'eau de pluie dans une citerne.

Au bout de combien d'années les économies réalisées pourront-elles compenser l'achat de la citerne, qui a coûté 910 €.

## Equation-produit nul

Pour les cinq exercices suivants, résoudre chacune des équations.

**13** e)  $(4 - x)(x - 2) = 0$   
f)  $(-1 - x)(8 - x) = 0$

**14** a)  $x(x + 13) = 0$   
b)  $x(18 - x) = 0$

**15** a)  $(3x + 6)(x + 12) = 0$   
b)  $(2x - 1)(x - 12) = 0$   
c)  $(-4x + 5)(9x + 13) = 0$   
d)  $(x + 1)(-2x - 3) = 0$

**16** a)  $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)\left(\frac{2}{3}x + 4\right) = 0$   
b)  $\left(\frac{3}{5}x - 7\right)\left(\frac{5}{3}x + 6\right) = 0$

**17** a)  $(x + 5)^2 = 0$                       c)  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$   
b)  $(x - 7)^2 = 0$                       d)  $\left(\frac{2}{5}x - 3\right)^2 = 0$

## Factoriser pour résoudre une équation

**18** On veut résoudre l'équation :  
 $(x + 5)^2 + (x + 5)(x - 1) = 0.$   
1) Factoriser le premier membre de l'équation.  
2) Résoudre cette équation.

**19 Vu au DNB**  
On donne  $D = (2x - 3)(5 - x) + (2x - 3)^2.$   
1) Développer et réduire D.  
2) Factoriser D.  
3) Résoudre l'équation  $(2x - 3)(x + 2) = 0.$

**20 Vu au DNB**  
On considère l'expression  
 $E = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2).$   
1) Développer et réduire E.  
2) Factoriser  $4x^2 - 9.$   
En déduire une factorisation de l'expression E.  
3) a) Résoudre l'équation  $(2x + 3)(3x - 5) = 0.$   
b) Cette équation a-t-elle une solution entière ?  
c) Cette équation a-t-elle une solution décimale ?

## Etudier une situation géométrique

**21**  $x$  est un nombre supérieur à 2. On considère le rectangle VOUS tel que :  $VO = 2x + 7$  et  $VS = 2x - 3$ .

1) On donne :

$$E = (2x + 7)(2x - 3);$$

$$G = 2(2x + 7) + 2(2x - 3).$$

- Développer et réduire E.
- Développer et réduire G.

2) Que représente géométriquement l'expression E ? l'expression G ?

- Déterminer  $x$  pour que VO soit le double de VS.
- Que vaut la valeur de l'expression G dans ce cas ?

**22** L'unité de longueur est le cm.  $x$  est un nombre supérieur à 2.

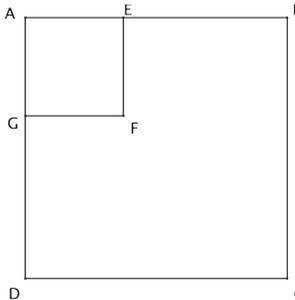
On considère :

le carré ABCD tel que  $AB = 2x + 1$  ;

le carré AEFG tel que  $AE = 4$ .

On désigne par  $\mathcal{P}$  le périmètre du polygone BCDGFE.

- Montrer que  $\mathcal{P} = 8x + 4$ .
- En utilisant l'expression précédente, calculer  $\mathcal{P}$  dans le cas où  $x = 3$ .
- Pour quelle valeur de  $x$ , ce périmètre  $\mathcal{P}$  est-il le double de celui du carré AEFG ?



## Etudier une situation numérique

**23** Le triple du carré d'un nombre entier est égal au double de ce nombre. Quel est ce nombre ?

**24** On donne un programme de calcul :

- choisir un nombre ;
- lui ajouter 4 ;
- multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- ajouter 4 à ce produit ;
- écrire le résultat.

- Ecrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre  $-2$ , on obtient 0.
- Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.
- Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme d'un carré d'un autre nombre entier.
  - En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.
- On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

## Faire le point

**25** Résoudre chaque équation :

- $3x^2 - 15x + 1 = 3(x - 2)(-5 + x)$  ;
- $(2 - 8x)(3x - 5) - 12(3 - 2x^2) = 0$  ;
- $5\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{5}{6}x - 1\right)(2x + 7) = 0$ .

**26** Clara lance un défi à Vadim : « Si j'augmente le côté d'un carré de 4 cm, son aire augmente de 60 cm<sup>2</sup>. Peux-tu dessiner le carré initial en vraie grandeur ? »  
Relever ce défi en traçant la figure demandée.  
Justifier la construction.

**27** Voici deux programmes de calcul :

### Programme n°1

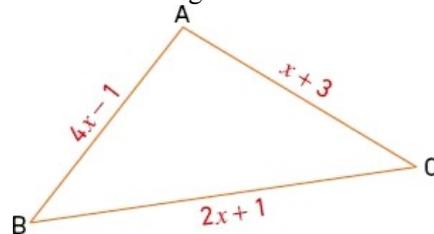
- Choisir un nombre.
- Ajouter 13.
- Multiplier par 8.
- Soustraire le triple du nombre de départ.

### Programme n°2

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 3.
- Soustraire 4.
- Multiplier par - 5.

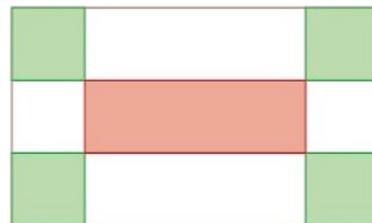
Eve et Léo ont choisi le même nombre de départ. Eve a effectué le programme n°1 et Léo le programme n°2. A la fin de leurs calculs, ils ont obtenu le même résultat. Quel nombre avait-il choisi au départ ?

**28** On considère le triangle ci-dessous.



- 1) Pour quelles valeurs de  $x$  le triangle ci-dessous est-il isocèle ?
- 2) Ce triangle peut-il être équilatéral ?

**29** Dans un rectangle de dimension 20 cm sur 54 cm, on colorie en vert quatre carrés dans les coins et en rouge un rectangle central joignant les sommets des quatre carrés comme fait ci-dessous :



Dans quel cas la longueur du côté du carré vert est-elle la plus grande : quand les zones rouge et vert ont la même aire ou quand elles ont le même périmètre ?

Vincent et Samuel font un concours de lancer de cailloux dans la rivière. Ils essaient de toucher deux bouées qui se trouvent à 15 m pour l'une et à 20 m pour l'autre. Comme il ne peuvent pas choisir précisément la vitesse avec laquelle ils lancent des cailloux, ils décident de les lancer de toutes leurs forces en modifiant l'angle avec lequel ils lancent.

➤ Peuvent-ils atteindre les deux bouées ? Si oui, comment faut-il lancer le caillou ?

### DOC 1 Portée d'un lancer

La distance au bout de laquelle un objet lancé retombe au sol s'appelle la portée du lancer. Elle est décrite dans le schéma ci-dessous. La distance dépend de :

- la vitesse avec laquelle on lance l'objet au départ ;
- l'angle avec lequel on lance l'objet par rapport à l'horizontale.



### DOC 2 Calcul de la portée

$$P = \frac{v^2}{9,81} \times k \quad \text{où :}$$

- $P$  est la portée en mètre ;
- $v$  est la vitesse initiale de l'objet en mètre par seconde.
- $k$  est le coefficient qui dépend de l'angle du lancer (voir doc.4)

### DOC 3 Exemple de lancer

- Lorsqu'il lance de toutes ses forces avec un angle de  $45^\circ$ , Vincent arrive à envoyer son caillou à 15,93 m.
- Lorsqu'il lance de toutes ses forces avec un angle de  $30^\circ$ , Samuel arrive à envoyer son caillou à 20,22 m.

### DOC 4 Valeur de $k$ en fonction de l'angle du lancer

Valeur de l'angle	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Valeur de $k$	0,17	0,34	0,50	0,64	0,77	0,87	0,94	0,98	1,00	0,98	0,94	0,87	0,77	0,64	0,50	0,34	0,17	0