

# Calcul littéral

## QCM

**1** Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une ou plusieurs réponses sont exactes. Entourer la ou les bonnes réponses.

N°	Énoncé	Réponses proposées		
1)	$A = 6 - 3n$ . Pour $n = 4$ , $A = \dots$	- 28	$6 - 3 \times 4$	- 6
2)	L'égalité $2x - 5 = 5x - 2$ est vraie quand $x =$	- 1	0	1
3)	On considère l'extrait de tableur ci-contre. On a saisi une formule en B2 puis on l'a étirée vers le bas. Cette formule permet de calculer la valeur de $7a - 1$ .  La formule est :		A	B
		1	a	$7a - 1$
		2	0	
		3	1	
		$7 * A2 - 1$	$= 7A2 - 1$	$= 7 * A2 - 1$
4)	La forme réduite de $5x - 4x$ est :	1	$9x$	$x$
5)	La forme factorisée de $12a - 6$ est :	$2(6a - 1)$	$6(2a - 1)$	$6 \times 2a - 6 \times 1$

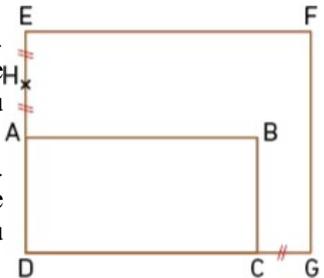
## Traduire par une expression littérale

- 2**
- On considère cinq nombres consécutifs.  
Montrer que leur somme est un multiple de 5.
  - On considère sept nombres consécutifs.  
Montrer que leur somme est un multiple de 7.
  - On considère onze nombres consécutifs.  
Montrer que leur somme est un multiple de 11.
  - On considère deux nombres consécutifs.  
Leur somme est-elle un multiple de 2 ?
- 3**
- Montrer que la somme de deux nombres pairs est toujours paire.
  - La somme de deux nombres impairs est-elle impaire ?
  - Déterminer la parité de la somme d'un nombre impair et d'un nombre pair.
- 4** Si un nombre est pair, son carré est-il pair ou impair ?  
Le carré d'un nombre impair est-il pair ou impair ?
- 5**
- Montrer que la somme de cinq nombres pairs consécutifs est divisible par 10.
  - On ajoute cinq nombres impairs consécutifs.  
Déterminer le reste dans la division euclidienne de cette somme par 10.

- 6** Voici un algorithme écrit avec le logiciel Scratch.



- 6** Quelle sera la réponse affichée par le lutin si on donne 4 comme nombre au départ ?
- 7** Traduire cet algorithme par une expression littérale.
- 7** Le rectangle ABCD est tel que  $AB = 10$  cm et  $BC = 6$  cm. A partir de celui-ci, on construit un rectangle EFGD tel que EA est le double de CG comme sur le schéma ci-dessous.
- On note  $x$  la longueur CG. Ecrire, en fonction de  $x$ , le périmètre et l'aire du rectangle EFGD.
  - On note  $y$  la longueur EA. Ecrire, en fonction de  $y$ , le périmètre et l'aire du rectangle EFGD.



## Développement

**8** Développer et réduire.  $D = -(2x + 5)(3x - 8)$   
 $A = (2x - 5)(x + 4)$   $E = -(1 + 2x)(9x + 1)$   
 $B = (x + 5)(x + 1)$   
 $C = (2x - 3)(3x - 8)$   $F = -\left(3x - \frac{3}{7}\right)(7x - 14)$

**9** Développer et réduire.  
 $A = 4x + (2x + 1)(5x - 3)$   $C = (3x - 5)(7 + 6x) - (7 + x)$   
 $B = (x + 3)(y + 9) + 10x - 7$   $D = 5x + 1 - (x + 4)(x - 9)$

**10** Développer et réduire.  
 $A = 3(x + 2) + (7 + 4x)(7 - 6x)$   
 $B = 4(x + 9) - (7 + x)(x + 1)$   
 $C = -2(1 - 3x) - (3x + 2)(x - 5)$

**11** Développer et réduire.  
 $A = -5(x + 5) + (3x - 1)(-4x + 3) + 7x - 9$   
 $B = 2(7x^2 - 1) - (4 + x)(x - 6) - (x + 7)$

**12** Développer et réduire.  
 $A = (x + 4)(x - 6) + (-1 + x)(x - 7)$   
 $B = (x - 1)(5x - 2) - (-6 + 3x)(-1 + x)$   
 $C = -(3x - 8)(x + 4) - (7x - 8)(-1 + 7x)$

## Factorisation

Pour les quatre exercices suivants, factoriser chaque expression.

**13** a)  $4x + 4$  d)  $2x - 8$   
b)  $8x - 8$  e)  $9x^2 - 5x$   
c)  $4 + 2x$  f)  $6x + 9$

**14**  
1)  $A = -7x(x + 2) - (7 + x)(x + 2)$   
2)  $B = -9x(4x - 5) - (4x - 5)(1 - 2x)$   
3)  $C = 5(2x + 3) - (3x - 8)(2x + 3)$   
4)  $D = (1 - 2x)(9x - 1) - (9x - 1)(7 + 3x)$

**15**  
1)  $A = (x + 3)(y + 9) + x + 3$   
2)  $B = (a - 5)(7 + b) - (7 + b)$   
3)  $C = 3x + 1 + (3x - 1)(3x + 1)$   
4)  $D = x + 5 + (x + 5)(6x + 3)$

**16**  
1)  $A = (2x + 1)^2 + (3x - 8)(2x + 1)$   
2)  $B = (5x - 2)^2 - (5x - 2)(x + 3)$   
3)  $C = (9x + 7)^2 - 9x - 7$   
4)  $D = (5x - 8)^2 - (8 - 5x)(x + 2)$

## Développement des identités remarquables

**17** Développer et réduire.  $D = (7 + a)^2$   
 $A = (a + 5)^2$   
 $B = (x + 2)^2$   
 $C = (3x + 5)^2$   
 $E = \left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2$   
 $F = (6 + 5a)^2$

**18** Développer et réduire.  
 $A = (x - 3)^2$   
 $B = (4 - a)^2$   
 $C = (b - 7)^2$   
 $D = (6x - 7)^2$   
 $E = (3 - 4b)^2$   
 $F = (4b - 3)^2$

**19** Développer et réduire.  
 $A = (x + 5)(x - 5)$   
 $B = (3 + x)(3 - x)$   
 $C = (x - 8)(x + 8)$   
 $D = (a - 4)(a + 4)$   
 $E = \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$

**20** Développer et réduire.  
 $A = (3x + 1)(3x - 1)$   
 $B = (4 - 7x)(4 + 7x)$   
 $C = (2x + 5)(2x - 5)$   
 $D = (5 + 2x)(5 - 2x)$

**21** Développer et réduire.  
 $A = (2x + 3)^2$   
 $B = (2x - 3)^2$   
 $C = (2x + 3)(2x - 3)$   
 $D = (2x - 3)^2 + (2x + 3)^2$

**22** Développer et réduire.  
 $A = (x + 1)^2 - 9$   
 $B = (4x + 3)^2 - x + 6$   
 $C = (5x - 3)^2 - 4(x + 2)$   
 $D = 2(x + 5) + (x + 8)^2$

**23** Développer et réduire.  
 $A = (2x - 5)^2 + (2x + 3)(2x - 3)$   
 $B = (x + 2)^2 - (x - 5)^2 + (x + 4)$

**24** Développer et réduire.  
 $A = (9x - 7)^2$   
 $B = (x + 9)(11 - 5x)$   
 $C = (2x - 3)(2x + 3)$   
 $D = (11 + 8x)^2$   
 $E = (x + 1)^2 + 7x(2 - x)$   
 $F = (x + 3)(2x - 1) - 3x(2x + 5)$   
 $G = (4t + 1)(4t - 1) - (3t + 2)^2$   
 $H = 2(s + 5)(s - 5) + (4s + 3)^2$   
 $I = (3x + 4)^2 - (1 - 2x)(6 + x)$

## Factorisation des identités remarquables

Pour les trois exercices suivants, factoriser chaque expression.

- 25**
- 1)  $x^2 + 8x + 16$
  - 2)  $x^2 + 2x + 1$
  - 3)  $x^2 + 10x + 25$
  - 4)  $9x^2 + 6x + 1$

- 26**
- 1)  $x^2 - 6x + 9$
  - 2)  $x^2 - 4x + 4$
  - 3)  $4x^2 - 12x + 9$
  - 4)  $9x^2 - 30x + 25$

- 27**
- 1)  $A = (x + 1)^2 - 9$
  - 2)  $B = (4x + 3)^2 - 1$
  - 3)  $C = 4 - (2x + 1)^2$
  - 4)  $D = (5x - 3)^2 - x^2$

**28 Vu au DNB**

On considère l'expression  $E = 9x^2 - 25 + (3x - 5)(2x + 15)$ .

- 1) Développer et réduire E.
- 2) a) Factoriser  $9x^2 - 25$ .  
b) En déduire une factorisation de E.

## Calcul littéral pour démontrer

**29** On donne les expressions suivantes :

$$A = (2x - 3)(4x - 1) ; \quad B = (2x - 3)^2 + (2x - 7)(6x - 9).$$

- 1) a) Calculer A et B pour  $x = 1,5$ .  
b) Peut-on affirmer que les expressions A et B sont égales?
- 2) a) Développer et réduire les expressions A et B.  
b) Peut-on affirmer que les expressions A et B sont égales

**30** On donne les expressions suivantes :

$$A = (5x - 1)(3x - 4) ;$$

$$B = (5x - 1)^2 - (2x + 3)(5x - 1).$$

- 1) Calculer A et B pour  $x = 3$ .
- 2) Peut-on affirmer que A et B sont égales ?
- 3) Démontrer que  $A = B$ .

**31** Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 5.
- Multiplier par 3 le résultat obtenu.
- Enlever 15.

- 1) Choisir trois nombres pour tester ce programme de calcul.
- 2) Comment retrouver le résultat le plus rapidement possible ?

## Calcul littéral pour calculer, résoudre

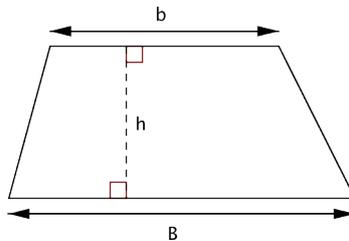
- 32** 1) Développer puis réduire :  $D = (a + 5)^2 - (a - 5)^2$ .  
 2) Sans utiliser la calculatrice, trouver la valeur de :
- a)  $10\,005^2 - 9\,995^2$  ;      b)  $\left(\frac{7}{4} + 5\right)^2 - \left(\frac{7}{4} - 5\right)^2$

**33** On donne :  $T = 6(6x - 9) + 4(3 + 5x) - 6(11x - 7)$ .  
 Sans calculatrice et astucieusement, calculer la valeur de  $T$   
 pour  $x = 638,528$ , puis pour  $x = -\frac{11}{2}$ .

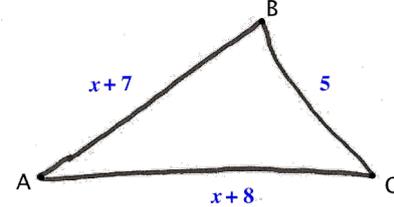
- 34** On considère un carré de  $9x - 4$  cm de côté.
- Exprimer l'aire de ce carré en fonction de  $x$  puis développer l'expression littérale ainsi obtenue.
  - Calculer l'aire de ce carré lorsque  $x = \frac{2}{3}$

**35** Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles appelés bases du trapèze. Démontrer que l'aire d'un trapèze est donnée par la formule :

$$\mathcal{A} = (b + B) \times \frac{h}{2}$$



**36** Soit  $x$  un nombre positif compris entre 0 et 10.  
 La figure ci-dessous est effectuée à main levée.



- Calculer  $AB$  et  $AC$  lorsque  $x = 4$ .
- Lorsque  $x = 4$ , le triangle  $ABC$  est-il un triangle rectangle ? Justifier la réponse.
- Développer et réduire  $(x + 7)^2$  et  $(x + 8)^2$ .  
 En déduire que :  $AC^2 - AB^2 = 2x + 15$ .
- Quelle est la valeur de  $AC^2 - AB^2$ 
  - lorsque  $x = 0$  ?
  - lorsque  $x = 5$  ?
  - lorsque  $x = 10$  ?
 La valeur de  $BC^2$  dépend-elle du nombre  $x$  ?
- Existe-t-il une valeur de  $x$  pour laquelle le triangle  $ABC$  est rectangle ?

## Faire le point

**37** Calculer sans utiliser la calculatrice.

$$A = 999\,999^2$$

$$B = 1\,000\,002^2$$

$$E = 999\,999\,998 \times 1\,000\,000\,002$$

$$D = \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right)^2$$

**38** On considère  $A = (x-2)^2 - (x-1)(x-4)$

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

$x$	$x-2$	$(x-2)^2$	$x-1$	$x-4$	$(x-1)(x-4)$	A
10						
100						

2) Développer et réduire A. Utiliser ce qui précède pour calculer facilement :  $1\,234^2 - 1\,235 \times 1\,232$ .

**39** 1) Développer et réduire l'expression

$$P = (x+12)(x+2).$$

2) Factoriser l'expression :

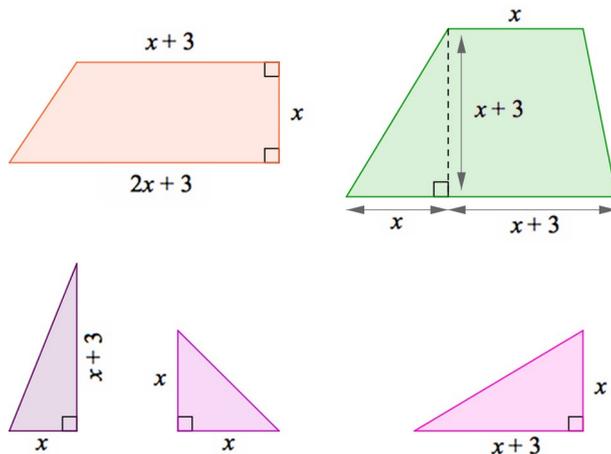
$$Q = (x+7)^2 - 25.$$

3) ABC est un triangle rectangle en A et  $x$  désigne un nombre positif. On donne  $BC = x+7$  et  $AB = 5$ .

Faire un schéma (à main levée) et montrer que :

$$AC^2 = x^2 + 14x + 24.$$

**40** On considère les cinq figures ci-dessous.



- 1) Pour chaque trapèze, utiliser la formule de l'exercice précédent pour exprimer en fonction de  $x$  son aire. Développer et réduire chacune des expressions.
- 2) Déterminer en fonction de  $x$  une expression développée de la somme des aires des trois triangles.
- 3) Une fois assemblées correctement, ces cinq figures forment un carré.
  - a) Calculer, en fonction de  $x$ , l'aire de ce carré.
  - b) En déduire la longueur de son côté.
  - c) Dessiner le carré formé des cinq pièces.

Sur un chantier, un camion-benne doit évacuer la terre creusée pour construire une centrale géothermique.

➤ Combien d'allers-retours devra-t-il faire pour évacuer toute la terre du chantier ?

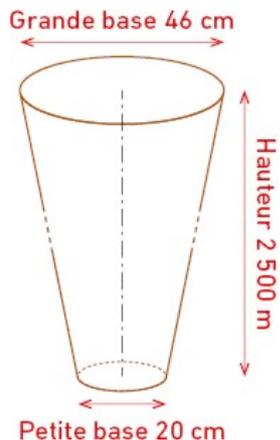
DOC 1

### Caractéristiques du puits

La géothermie permet de produire de l'énergie électrique grâce à la chaleur des nappes d'eau souterraines.

Pour construire une centrale géothermique, on a creusé un puits pour capter de l'eau chaude sous pression, à 2 500 m de profondeur, à une température de 170°C.

Ce puits a la forme du tronc de cône représenté sur le schéma ci-contre.



DOC 2

### Volume d'un tronc de cône

$$V = \frac{\pi}{3} \times h \times (R^2 + R \times r + r^2)$$

- où :
- $h$  est la hauteur de cône ;
  - $R$  est le rayon de la grande base ;
  - $r$  est le rayon de la petite base.

DOC 4

### Le camion-benne



DOC 3

### Volume et masse de la terre extraite

La terre est tassée quand elle est dans le sol. Quand on l'extrait, elle n'est plus tassée et son volume augmente de 30 %.

De plus, 1 m<sup>3</sup> de terre pèse environ 1,5 tonnes.