

Arithmétique

QCM

1 Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une ou plusieurs réponses sont exactes.
Recopier le numéro de la question ainsi que la ou les bonnes réponses.

N°	Enoncé	Réponses proposées		
1)	Un multiple de 17 est ...	255	267	289
2)	Il est exact de dire que ...	56 est un multiple de 8	8 est un diviseur de 56	56 est divisible par 8
3)	Dans la division euclidienne de 24 par 2, le reste est :	0	1	2
4)	On sait que $277 = 22 \times 12 + 13$ Alors, dans la division euclidienne	de 277 par 22, le reste est 13	de 277 par 12, le reste est 13	de 277 par 12, le reste est 1
5)	Le reste de la division euclidienne d'un nombre par 3 peut être ...	2	3	0
6)	Le nombre 25 a exactement ...	2 diviseurs	3 diviseurs	4 diviseurs
7)	La proportion $\frac{4}{5}$ est égale à ...	$\frac{80}{100}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{9}{10}$

Multiples et diviseurs

2 Donner la liste de tous les diviseurs de chaque nombre.

- a) 8 ; d) 19 ;
b) 15 ; e) 36 ;
c) 21 ; f) 35.

3 Déterminer les diviseurs communs aux deux nombres.

- a) 14 et 21 ; d) 12 et 17 ;
b) 6 et 10 ; e) 16 et 20 ;
c) 11 et 22 ; f) 25 et 35.

PGCD avec liste des diviseurs

4 Déterminer les diviseurs communs aux deux nombres puis indiquer leur PGCD.

- a) 15 et 27 ; d) 25 et 65 ;
b) 35 et 14 ; e) 18 et 16 ;
c) 4 et 8 ; f) 15 et 14.

5 Ecrire la liste des diviseurs de chacun des deux nombres, puis déterminer leur PGCD.

- a) 15 et 25 ;
b) 42 et 35 ;
c) 12 et 55.

Nombres premiers entre eux

6 Pour chaque paire de nombres :

- 1) Indiquer la liste des diviseurs de chaque nombre.
2) Indiquer si les deux nombres sont premiers entre eux.
a) 24 et 18 ; c) 8 et 21 ; e) 20 et 14 ;
b) 15 et 35 ; d) 11 et 23 ; f) 9 et 17.

7 Sans effectuer de calculs, expliquer pourquoi les deux nombres ne sont pas premiers entre eux.

- a) 15 et 65 ; b) 123 et 2151 ; c) 48 et 22.

Nombres premiers

8 Donner la liste des diviseurs de chaque nombre et préciser si le nombre est premier.

- a) 18 ; c) 7 ; e) 23 ;
b) 24 ; d) 45 ; f) 0.

9 1) Le nombre 29 est-il divisible par :

- a) 2 ? c) 4 ? e) 6 ?
b) 3 ? d) 5

2) Justifier que $5^2 < 29 < 6^2$.

3) Pourquoi 29 ne peut être divisible par un nombre supérieur à 6 autre que 29 ?

4) Le nombre 29 est-il un nombre premier ?

Simplification de fractions

17 Après avoir décomposé le numérateur et le dénominateur en un produit de facteurs premiers, rendre irréductible chaque fraction.

- a) $\frac{10}{14}$; c) $\frac{72}{63}$;
 b) $\frac{55}{35}$; d) $\frac{30}{39}$;

18 Pour chaque fraction, décomposer le numérateur et le dénominateur en un produit de facteurs premiers, puis la rendre irréductible.

- a) $\frac{2250}{750}$; c) $\frac{8700}{7800}$;
 b) $\frac{1188}{1404}$; d) $\frac{2880}{2640}$.

19 Après avoir calculer le PGCD du numérateur et du dénominateur , rendre irréductible chaque fraction.

- a) $\frac{4536}{6480}$; d) $\frac{391}{493}$;
 b) $\frac{4883}{1542}$; e) $\frac{715}{546}$;
 c) $\frac{1290}{1548}$; f) $\frac{329}{611}$.

Résolution de problèmes

20 Le sol d'une pièce rectangulaire de longueur 935 cm et de largeur 385 cm.

On désire le recouvrir entièrement, sans faire de découpes, par des carrés de moquette identiques dont le côté est un nombre entier de centimètres. On note c la longueur du côté d'un carré de moquette en centimètres.

- 1) Justifier que c est un diviseur commun à 935 et 385.
- 2) On veut utiliser le moins de carrés possibles pour recouvrir le sol.
 - a) Justifier que c est le PGCD de 935 et 385.
 - b) Calculer le nombre c .
 - c) Calculer le nombre de carrés de moquette nécessaires à la réalisation.

21 Un fabricant dispose de 291 stylos noirs et de 388 stylos bleus. Il désire réaliser des lots identiques contenant des stylos noirs et des stylos bleus en les utilisant tous.

- 1) Calculer le nombre maximum de lots qu'il pourra réaliser.
- 2) Calculer alors le nombre de stylos bleus et ne nombre de stylos noirs contenus dans chaque lot.

22 Baptiste est né le 29 février 1992. Il décide de prévoir une énorme soirée avec ses amis pour fêter ses 10 000 jours sur Terre ! A quelle date a eu lieu cette énorme soirée ?

23 En mathématique, on appelle **suite de Syracuse** une suite d'entiers strictement positifs définie de la manière suivante :

Etape 1 : On choisit au départ un nombre entier positif.

Etape 2 : On applique le processus suivant :

- si le nombre est pair, on le divise par 2 ;
- si le nombre est impair, on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

Etape 3 : On obtient un résultat et lui applique à nouveau le processus de l'Etape 2, et ainsi de suite ...

On obtient de cette façon une suite d'entiers positifs.

Voici par exemple la suite de Syracuse du nombre 40 :

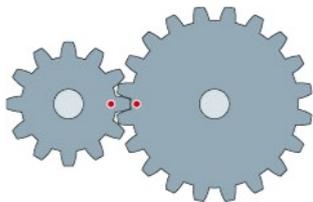
40, 20, 10, 5, 16, 8, 4 ; 2, 1. Elle contient neuf termes.

La conjecture de Syracuse est l'affirmation (non démontrée) qui dit que « quelque soit le nombre que l'on choisit au départ, on finira par tomber sur 1 ».

Peut-on trouver un nombre de départ compris entre 20 et 30 inclus telle que sa suite de Syracuse possède exactement onze termes ?

24 Dans l'engrenage suivant, la petite roue possède 12 dents et la grande 20. On fait faire 35 tours à la petite roue.

Combien de tours fait la grande ?



25 La **période synodique** d'une planète est le temps mis par cette planète pour revenir à la même place dans le ciel par rapport au Soleil, vue de la Terre. Voici les périodes synodiques de toutes les planètes de notre système solaire : Aujourd'hui, toutes ces planètes ont une certaine position observée depuis la Terre.

	Période synodique
 Mercure 	116 j
 Vénus 	584 j
 Mars 	780 j
 Jupiter 	399 j
 Saturne 	378 j
 Uranus 	370 j
 Neptune 	367 j

Combien de temps, au minimum,, va-t-il s'écouler avant que l'on retrouve toutes les planètes exactement dans la même position ?

Faire le point

26 Un fleuriste dispose de 427 roses rouges, 549 roses blanches et 793 roses jaunes. Il désire réaliser des bouquets identiques en utilisant toutes ses fleurs.

Calculer le nombre maximum de bouquets que pourra réaliser le fleuriste. Préciser leur composition.

*Childe Hassam –
La fleuriste*



27

- 1) Les nombres 288 et 224 sont-ils premiers entre eux ? Expliquer pourquoi ?
- 2) Déterminer le PGCD de 288 et 224.

- 3) Ecrire la fraction $\frac{224}{288}$ sous forme irréductible.
- 4) Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses oeuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysage et le même nombre de portraits. Il dispose de 224 photos de paysage et de 288 portraits.
 - a) Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes ses photos ?
 - b) Combien chaque panneau contient-il de paysages et de portraits ?

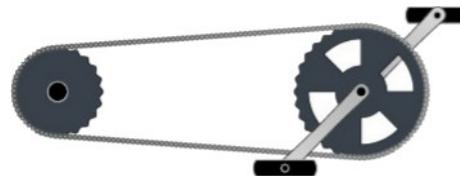
28 Une boîte en carton a la forme d'un parallépipède rectangle. Ses dimensions intérieures sont 374 mm, 204 mm et 136 mm.

On désire remplir cette boîte de cubes dont l'arête mesure un nombre entier de millimètres, sans qu'il reste d'espace vide.

- 1) Quelle est la longueur de l'arête du plus petit cube possible ? Calculer alors le nombre de cubes contenus dans la boîte.
- 2) Calculer la longueur de l'arête du plus grand cube possible. Calculer alors le nombre de cubes contenus dans la boîte.
- 3) Déterminer toutes les autres possibilités.

Lorsque l'on utilise un vélo, on fait tourner le plateau de ce vélo avec des pédales. Une chaîne relie le plateau au pignon (placé au centre de la roue arrière) qui tourne donc dans le même sens que le plateau.

- En tenant compte des éléments donnés ci-après, déterminer le nombre de dents du plateau utilisé par Tom lors de sa balade avec Nana.



DOC 1 Définitions techniques

Le « **braquet du vélo** » est le rapport entre le nombre de dents du plateau et le nombre de dents du pignons, c'est la fraction :

$$\text{braquet} = \frac{\text{nombre de dents du plateau}}{\text{nombre de dents du pignon}}$$

Le « **développement du vélo** » est la distance qu'il parcourt à chaque tour complet de pédalier :

$$\text{développement} = \text{braquet} \times \text{périmètre de la roue}$$

DOC 2 Le vélo de Tom

Tom et Nana roulent en utilisant le même développement : 4,80 m.

Les roues de Tom ont un diamètre de 26 mm plus grand que celles de Nana.

Tom utilise son plus grand pignon : 22 dents.

Caractéristiques du vélo de Nana

Abaque du vélo de Nana donnant son développement (en m) en fonction des plateaux et pignons utilisés.

Plateau avant	Pignon arrière							
	13	14	15	16	17	18	19	20
28 dents	4,56	4,23	3,95	3,7	3,48	3,29	3,12	2,96
30 dents	4,88	4,54	4,23	3,97	3,73	3,53	3,34	3,17
32 dents	5,2	4,82	4,50	4,23	3,97	3,74	3,55	3,38
34 dents	5,53	5,14	4,80	4,50	4,23	4,00	3,79	3,60
36 dents	5,84	5,44	4,08	4,76	4,46	4,23	4,00	3,81
38 dents	6,19	5,75	5,36	5,03	4,73	4,47	4,23	4,02
40 dents	6,49	6,03	3,63	5,29	4,97	4,69	4,44	4,23
42 dents	6,83	6,35	5,92	5,54	5,22	4,93	4,68	4,44
44 dents	7,15	6,64	6,20	5,82	5,46	5,16	4,89	4,65
45 dents	7,32	6,79	6,35	5,94	5,58	5,29	4,99	4,76
46 dents	7,47	6,94	6,47	6,07	5,71	5,39	5,12	4,86
47 dents	7,64	7,09	6,62	6,20	5,84	5,52	5,22	4,97
48 dents	7,81	7,24	6,77	6,35	5,96	5,63	5,35	5,08
49 dents	7,95	7,40	6,90	6,47	6,09	5,75	5,44	5,18
50 dents	8,12	7,55	7,04	6,60	6,22	5,86	5,56	5,29