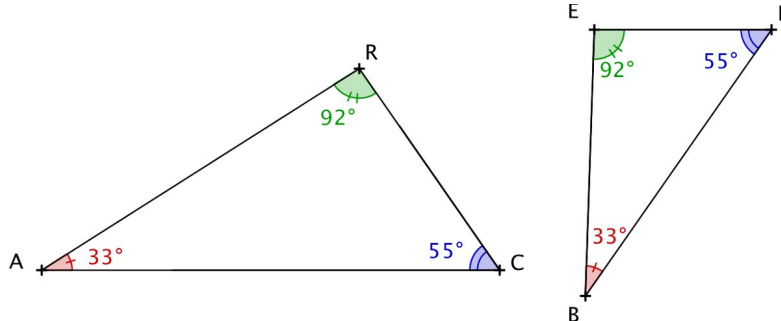


Triangles semblables

I – Vocabulaire

Deux triangles sont dits semblables lorsque leurs angles sont deux à deux égaux.



Les triangles ARC et BEL ont des angles deux à deux de même mesure, ils sont donc semblables. On dit alors que :

- les sommets R et E sont homologues ;
- les côtés [RC] et [EL] sont homologues ;
- les angles $\widehat{RAC}$ et $\widehat{EBL}$ sont homogues.

II – Avec deux angles égaux

Si deux angles d'un triangle sont égaux à deux angles d'un autre triangle, alors ces deux triangles sont semblables.

Preuve

On considère deux triangles ABC et DEF tels que $\widehat{CBA} = \widehat{FED}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$. Or, la somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

$$\text{Ainsi, pour ABC : } \widehat{BAC} = 180 - \widehat{CBA} - \widehat{ACB}$$

$$\text{pour DEF : } \widehat{EDF} = 180 - \widehat{FED} - \widehat{DFE}$$

Par conséquent, $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$.

Donc, les angles ABC et DEF sont semblables.

CQFD.

III – Avec les longueurs

Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles, alors ces deux triangles sont semblables.

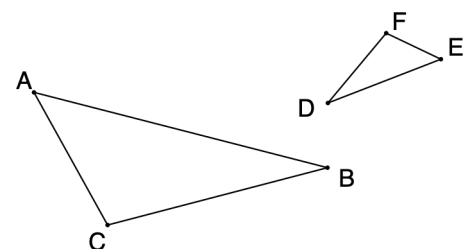
On donne $AB = 4 \text{ cm}$; $AC = 2 \text{ cm}$; $BC = 3 \text{ cm}$;
 $EF = 0,8 \text{ cm}$; $FD = 1,2 \text{ cm}$ et $DE = 1,6 \text{ cm}$.

➤ Montrer que les triangles ABC et EDF sont semblables.

$$\frac{AC}{EF} = \frac{2}{0,8} = 2,5 \quad \frac{AB}{DE} = \frac{4}{1,6} = 2,5 \quad \frac{BC}{DF} = \frac{3}{1,2} = 2,5$$

Les trois quotients sont égaux, donc les triangles ABC et EDF sont semblables.

Par conséquent : $\widehat{BAC} = \widehat{DEF}$; $\widehat{BCA} = \widehat{EFD}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{EDF}$.



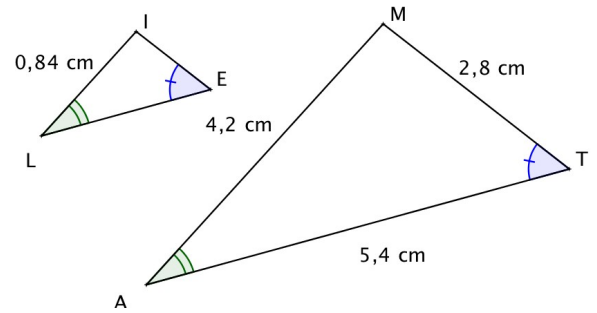
Si deux triangles sont semblables,
alors les longueurs des côtés opposés aux angles égaux sont proportionnelles.



On considère les triangles MAT et ILE.

La figure n'est pas à l'échelle.

- 1) Montrer que les triangles MAT et ILE sont semblables.
- 2) Calculer IE et LE.



1) Montrons.

On sait que $\widehat{MAT} = \widehat{ILE}$ et $\widehat{MTA} = \widehat{IEL}$.

Donc, les triangles MAT et ILE sont semblables.

2) Calculons.

On sait que les triangles MAT et ILE sont semblables. Donc, les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

$$\text{D'où : } \frac{AM}{LI} = \frac{MT}{IE} = \frac{TA}{EL}$$

$$\text{Ainsi : } \frac{4,2}{0,84} = \frac{2,8}{IE} = \frac{5,4}{EL}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad IE &= \frac{0,84 \times 2,8}{4,2} \\ IE &= 0,56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad EL &= \frac{0,84 \times 5,4}{4,2} \\ EL &= 1,08 \end{aligned}$$

Donc, IE mesure 0,56 cm et EL mesure 1,08 cm.

Si deux triangles possèdent :

- **une paire d'angles** deux à deux égaux **et**
- **les paires de côtés** adjacents à ces angles deux à deux proportionnels,

alors ces deux triangles sont semblables.

$$\bullet \quad \widehat{BAC} = \widehat{DEF}$$

$$\bullet \quad \frac{DE}{BA} = \frac{4,2}{6} = 0,7$$

$$\bullet \quad \frac{EF}{AC} = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$\text{Ainsi : } \frac{DE}{BA} = \frac{EF}{AC}$$

Donc, ABC et DEF sont semblables.

