Equations

I – Equations du premier degré

On ne change pas les solutions d'une équation :

- en ajoutant ou en soustrayant un même nombre aux deux membres.
- en multipliant ou en divisant par un même nombre **non nul** les deux membres.

Résoudre l'équation $-2x+7=13$.

$$-2x+7=13$$
$$-2x+7-7=13-7$$
$$-2x=6$$
$$-2x:(-2)=6:(-2)$$
$$x=-3$$

L'équation a une solution : -3.

Résoudre l'équation $4x-3=11$.

$$9x-3=11$$
$$9x-3+3=11+3$$
$$9x=14$$
$$9x:9=14:9$$
$$x=\frac{14}{9}$$

L'équation a une solution : $\boxed{\frac{14}{9}}$.

II – Equation-produit

$(3x+5)(4x-1)=6$; $(x-6)(11-x)(8{,}5+2x)=0$ sont des équations-produits.

$(2x+1)+4=10$ n'est pas une équation-produit.

Si un facteur d'un produit est nul, alors le produit est nul.
Réciproquement, si un produit est nul, alors l'un des facteurs est nul.

Autre formulation : Si $a\times b=0$, alors $a=0$ ou $b=0$.

Résoudre l'équation-produit $(2x+1)(5x-2)=0$.
Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul. Donc,

$2x+1=0$ ou bien $5x-2=0$

$2x=-1$ $\quad$ $5x=2$

$x=-\frac{1}{2}$ $\quad$ $x=\frac{2}{5}$

Donc l'équation a deux solutions $\boxed{-\frac{1}{2}}$ et $\boxed{\frac{2}{5}}$.

On considère l'expression : $A=(x+3)(2x-1)-(x+3)$

1) Développer et réduire A.
2) Factoriser A.
3) Evaluer A pour $x=4$.
4) Résoudre l'équation $(x+3)(x-4)=0$.

1) $A = (x+3)(2x-1) - (x+3)^2$

$$A=[\,x\times2x-x\times1+3\times2x-3\times1\,]-[\,x^2+2\times x\times3+3^2\,]$$
$$A=[\,2x^2-x+6x-3\,]-[\,x^2+6x+9\,]$$
$$A=[\,2x^2+5x-3\,]-[\,x^2+6x+9\,]$$
$$A=2x^2+5x-3-x^2-6x-9$$
$$A=\underline{x^2-x-12}$$

2) $A = (x+3)(2x-1) - (x+3)^2$

$A = (x+3)\,[\;(2x-1) - (x+3)\;]$

$A = (x+3)\,[\;2x - 1 \;\; - x - \;3\;]$

$A = \underline{(x+3)\,(x-4)}$

3) $A(4) = (4+3)\,(4-4)$

$A(4) = 7 \times 0$

$\underline{A(4) = 0}$

4) $(x+3)(x-4) = 0$

Un produit est nul si l'un des facteurs est nul.

D'où : $x + 3 = 0$ OU $x - 4 = 0$

$x = -3$ $x = 4$

<u>L'équation a deux solutions : – 3 et 4</u>.

<u>Cas particuliers</u> : On considère l'équation $\square^2 = a$.

- Si $a > 0$, cette équation possède deux solutions données par $\square = \sqrt{a}$ et $\square = -\sqrt{a}$.
- Si $a = 0$, cette équation possède une solution donnée par $\square = 0$.
- Si $a < 0$, cette équation ne possède par de solution réelle.

- $(x+3)^2 = 49$ a deux solutions données par :

  $x + 3 = \sqrt{49}$ ou $x + 3 = -\sqrt{49}$

  $x + 3 = 7$ $x + 3 = -7$

  $x = 4$ $x = -10$

  <u>Les solutions de l'équation sont – 10 et 4</u>.

- $x^2 = -81$ n'a pas de solution réelle ($-81 < 0$).

- $(2x-5)^2 = 0$ a une solution donnée par :

  $2x - 5 = 0$

  $2x = 5$

  $x = 2{,}5$

  <u>La solution de l'équation est 2,5</u>.