

Calcul littéral

I – Rappels et compléments

a) Développer, réduire et ordonner

Par abus de langage, on dira "développer" pour "développer, réduire et ordonner".

Développer $E = (3x + 2)(4x - 5)$.

$$E = (3x + 2)(4x - 5)$$

$$E = 3x \times 4x - 3x \times 5 + 2 \times 4x - 2 \times 5$$

$$E = 12x^2 - 15x + 8x - 10$$

$$E = \underline{12x^2 - 7x - 10}$$

Cas particulier (attention !)

$$(3z)^2 = (3z) \times (3z) = 3z \times 3z = 3 \times 3 \times z \times z = 9z^2$$

$$3z^2 = 3 \times z \times z$$

b) Factoriser

Factoriser $F = (2x + 1)(7x - 4) - (2x + 1)(x + 3)$

$$F = (2x + 1)(7x - 4) - (2x + 1)(x + 3)$$

$$F = (2x + 1) [(7x - 4) - (x + 3)]$$

$$F = (2x + 1) [7x - 4 - x - 3]$$

$$F = \underline{(2x + 1) [6x - 7]}$$

c) Évaluer une expression

Evaluer E (du paragraphe a)) pour $x = -3$.

$$E(-3) = 12 \times (-3) - 7 \times (-3) - 10$$

$$E(-3) = 12 \times 9 + 21 - 10$$

$$E(-3) = \underline{119}$$

II – Identités remarquables

a) Définition et formes

Définition

Les égalités suivantes sont appelées identités remarquables.

$$\begin{array}{rcl} (a + b)^2 & = & a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 & = & a^2 - 2ab + b^2 \\ (a + b)(a - b) & = & a^2 - b^2 \end{array}$$

Remarques

$$(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b)$$

Les identités remarquables permettent de développer rapidement des expressions du même type. Elles permettent aussi de factoriser des expressions afin de résoudre des équations.

Développer à l'aide des identités remarquables.

$$H = (2x + 5)^2$$

$$H = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5 + 5^2$$

$$H = \underline{4x^2 + 20x + 25}$$

$$K = (3y - 4)^2$$

$$K = (3y)^2 - 2 \times 3y \times 4 + 4^2$$

$$K = \underline{9y^2 + 24y + 16}$$

$$L = (7z - 1)(7z + 1)$$

$$L = (7z)^2 - 1$$

$$L = \underline{49z^2 - 1}$$

Factorisons avec les identités remarquables.

$$M = 16x^2 + 24x + 9$$

$$M = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2$$

$$M = \underline{(4x + 3)^2}$$

$$N = (x + 4)^2 - 25$$

$$N = (x + 4)^2 - 5^2$$

$$N = [(x + 4) + 5] [(x + 4) - 5]$$

$$N = [x + 4 + 5] [x + 4 - 5]$$

$$N = \underline{(x + 9)(x - 1)}$$

b) Application : un exemple type

On considère l'expression $E = (2x + 3) - (2x + 3)(x - 7)$.

- 1) Développer E.
- 2) Factoriser E.
- 3) Calculer E pour $x = -10$.

1) Développons E.

$$E = (2x + 3)^2 - (2x + 3)(x - 7)$$

$$E = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 - [2x \times x - 2x \times 7 + 3 \times x - 3 \times 7]$$

$$E = 4x^2 + 12x + 9 - [2x^2 - 14x + 3x - 21]$$

$$E = 4x^2 + 12x + 9 - 2x^2 + 11x + 21$$

$$E = \underline{2x^2 + 23x + 30}$$

2) Factorisons E.

$$E = (2x + 3)^2 - (2x + 3)(x - 7)$$

$$E = (2x + 3) [(2x + 3) - (x - 7)]$$

$$E = (2x + 3) [2x + 3 - x + 7]$$

$$E = \underline{(2x + 3)(x + 10)}$$

3) Calculons E pour $x = -10$.

$$E(-10) = (2 \times (-10) + 3)(-10 + 10)$$

$$E(-10) = (-20 + 3) \times 0$$

$$E(-10) = \underline{0}$$