Trigonométrie

I – Cosinus, sinus, tangente d'un angle aigu

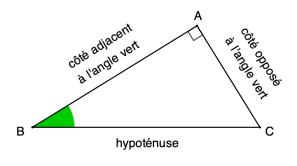
ABC est un triangle rectangle en A.

CBA est un angle aigu et :

$$\cos \widehat{CBA} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \widehat{CBA} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan \widehat{CBA} = \frac{AC}{AB}$$





Le sinus et le cosinus d'un angle aigu sont des nombres compris entre 0 et 1.

Remarques

- Moyen mnémotechnique : CAH SOH TOA
- On choisit cosinus, sinus ou tangente selon les informations données et celle cherchée.
- La tangente d'un angle peut varier à l'infini.

II - Utilisations

a) Calcul d'une longueur

- 1) TER est un triangle rectangle en E tel que TR = 5 cm et $\widehat{TRE} = 30^{\circ}$.
 - Calculer TE.

TER est rectangle en E, on utilise la trigonométrie :

$$\sin \widehat{TRE} = \frac{TE}{TR}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{TE}}{5}$$

$$TE = 5 \times \sin 30^{\circ}$$

$$TE = 2.5$$

Donc TE mesure 2,5 cm.

- 2) ABC est rectangle en A tel que AB = 4,5 cm, \widehat{ACB} = 40°.
 - Calculer AC (arrondir à 0,1 près).

ABC est rectangle en A, j'utilise la trigonométrie :

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan 40^{\circ} = \frac{4.5}{AC}$$

$$AC = \frac{4.5}{\tan 40^{\circ}}$$

$$AC \simeq 5.4$$

Donc AC mesure environ 5,4 cm.

b) Calcul d'un angle aigu

TRI est un triangle rectangle en R. TR = 7 cm et IR = 5 cm.

> Calculer l'angle RTI, arrondir au degré près.

TRI est un triangle rectangle en R, on utilise la trigonométrie :

$$\tan \widehat{RTI} = \frac{RI}{RT}$$

$$\tan \widehat{RTI} = \frac{5}{7}$$

On utilise la calculatrice : $tan^{-1}(5/7) \approx 36^{\circ}$

Donc <u>l'angle mesure environ 36°</u>.

III - <u>Lien entre les fonctions trigonométriques (hors programme)</u>

On considère un triangle BAR rectangle isocèle en A tel que BA = 1.

- 1) Calculer la longueur BR.
- 2) Montrer que cos $\widehat{BRA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- 3) Montrer que tan $\widehat{BRA} = 1$.

1) Calculons BR.

BAR est un triangle rectangle en A, on utilise le théorème de Pythagore :

$$BR^2 = BA^2 + AR^2$$

$$BR^2 = 1^2 + 1^2$$

$$BR^2 = 2$$

$$BR = \sqrt{2}$$

BR mesure $\sqrt{2}$ unités de longueur.

2) Déterminons cos BRA.

BAR est rectangle en A, avec la trigonométrie :

$$\underline{\cos} \widehat{BRA} = \frac{RA}{RB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

3) Déterminons tan BRA.

Pour les mêmes raisons qu'à la question 2):

$$\underline{\tan} \widehat{BRA} = \frac{BA}{RA} = \frac{1}{1} = \underline{1}$$