

Thalès

I – Théorème

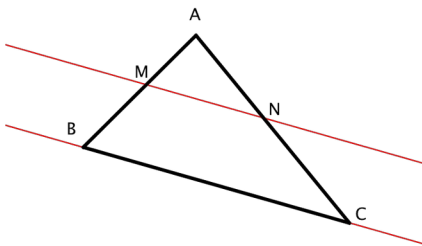
Théorème de Thalès (calculer des longueurs)

Dans les triangles ABC et AMN, si

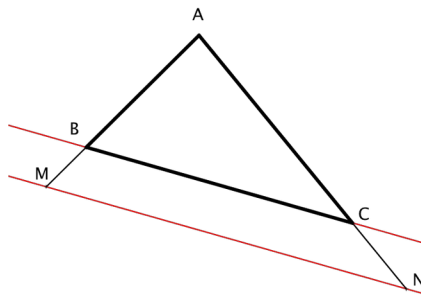
- M est un point de (AB), **et**
- N est un point de (AC), **et**
- (BC) et (MN) sont parallèles,

alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

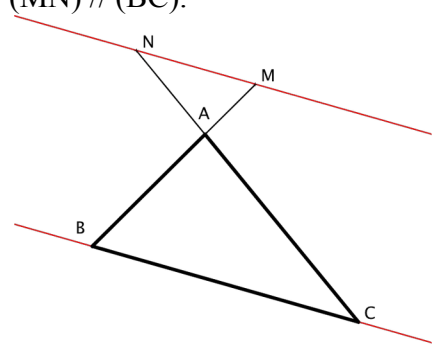
Trois cas de figures (dans les trois figures : A, B, M et A, C, N sont alignés ; (MN) // (BC)).



AMN est une réduction de ABC.



AMN est un agrandissement de ABC.



Configuration du papillon.

(BD) et (CE) se coupent en A.

(BC) et (DE) sont parallèles.

On donne : AE = 4 cm ; AC = 7 cm ; AD = 3 cm et BC = 3,5 cm.

► Calculer DE et AB.

On sait que :

- A, D, B et A, E, C sont alignés ;
- (BC) // (DE).

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

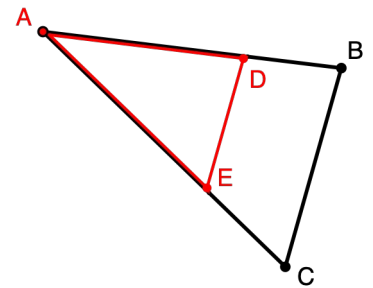
$$\frac{4}{7} = \frac{3}{AB} = \frac{DE}{3,5}$$

$$AB = \frac{3 \times 7}{4} = 5,25$$

$$DE = \frac{4 \times 3,5}{7} = 2$$

Donc, AB mesure 5,25 cm

et DE mesure 2 cm.



Remarque : on donne toujours des valeurs exactes !

II – Réciproque et contraposée

Réciproque du théorème de Thalès (montrer que deux droites sont parallèles)

Dans les triangles ABC et AMN, si

- A, B, M et A, C, N sont dans cet ordre *et*
- $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$,

alors (MN) est parallèle à (BC)

TRI est un triangle, TI = 6,8 cm et TR = 4 cm.

U est sur (TR) tel que TU = 3 cm. N est sur (TI) tel que TN = 5,1 cm.

➤ Les droites (UN) et (RI) sont-elles parallèles ?

On sait que :

- U, T, R et N, T, I sont alignés dans cet ordre ;

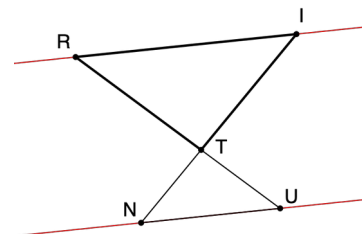
- d'une part : $\frac{TU}{TR} = \frac{3}{4} = 0,75$

- d'autre part : $\frac{TN}{TI} = \frac{5,1}{6,8} = 0,75$,

ainsi : $\frac{TU}{TR} = \frac{TN}{TI}$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès,

(UN) et (RI) sont parallèles.



Contraposée du théorème de Thalès (le plus souvent pour montrer que deux droites ne sont pas parallèles)

Dans les triangles ABC et AMN, si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, alors :

- OU
- OU
- (BC) et (MN) ne sont pas parallèles ;
- A, B, M et A, C, N sont dans le bon ordre ;
- A, B, M et A, C, N ne sont pas alignés.

Remarque Par abus de langage, « la contraposée d'un théorème » sera aussi parfois appelée « théorème ».

TAN est un triangle, TA = 5 cm et TN = 7 cm.

U ∈ [TA], S ∈ [TN], TU = 4,25 cm et TS = 5,6 cm.

➤ Les droites (US) et (AN) sont-elles parallèles ?

- T, U, A, et T, S, N sont alignés dans cet ordre,

- d'une part : $\frac{TU}{TA} = \frac{4,25}{5} = 0,85$

- d'autre part : $\frac{TS}{TN} = \frac{5,6}{7} = 0,8$

Ainsi : $\frac{TU}{TA} \neq \frac{TS}{TN}$

Donc, d'après le théorème de Thalès,

(US) et (AN) ne sont pas parallèles.

Cas moins souvent utilisé au collège

On considère la figure suivante dans laquelle, ABCD est un carré, E est sur [AD) et F est sur [AB).

➤ Les points E, C et F sont-ils alignés ?

Dans AEF :

$$\frac{BF}{FA} = \frac{13}{21} = \frac{169}{273}$$

$$\frac{BC}{EA} = \frac{8}{13} = \frac{168}{273}$$

$$\text{Ainsi, } \frac{BF}{FA} \neq \frac{BC}{EA}$$

Or, les droites (BC) et (AE) sont parallèles et

A, B, F et E, C, F sont dans cet ordre.

Donc, nécessairement, E, C et F ne sont pas alignés.

