

Dans le triangle rectangle (rappels)

I – Pythagore

Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Dans le triangle EDF rectangle en D,

ED = 6 cm, DF = 8 cm.

➤ Calculer la longueur EF.

On sait que le triangle EDF est rectangle en D, son hypoténuse est [EF].

D'après le théorème de Pythagore, on a donc :

$$EF^2 = ED^2 + DF^2$$

$$EF^2 = 6^2 + 8^2$$

$$EF^2 = 36 + 64$$

$$EF^2 = 100$$

$$EF = \sqrt{100}$$

$$EF = 10$$

Donc, EF mesure 10 cm.

Dans le triangle HIC rectangle en I,

HI = 3 cm, HC = 5 cm.

➤ Calculer la longueur IC.

Le triangle HIC est rectangle en I, son hypoténuse est [HC].

D'après le théorème de Pythagore, on a donc :

$$IC^2 = HC^2 - HI^2$$

$$IC^2 = 25 - 9$$

$$IC^2 = 16$$

$$IC = \sqrt{16}$$

$$IC = 4$$

Donc, IC mesure 4 cm.

Test de Pythagore

- Réciproque du théorème de Pythagore

Si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

- Contraposée du théorème de Pythagore

Si, dans un triangle, le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle n'est pas rectangle.

Dans le triangle TAN, TA = 1,8 cm,

TN = 2,4 cm et AN = 3 cm.

➤ Montrer que TAN est un triangle rectangle.

Le triangle TAN peut être rectangle en T.

On sait que :

$$\bullet AN^2 = 3^2 = 9$$

$$\bullet AT^2 + TN^2 = 1,8^2 + 2,4^2 = 3,24 + 5,76 = 9$$

$$\text{Ainsi : } AN^2 = AT^2 + TN^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on a donc : TAN est un triangle rectangle en T.

Dans le triangle PIO, PO = 15 cm,

PI = 8,8 cm et OI = 12,2 cm.

➤ PIO est-il un triangle rectangle ?

Le triangle POI peut être rectangle en I.

On sait que :

$$\bullet PO^2 = 15^2 = 225$$

$$\bullet PI^2 + IO^2 = 8,8^2 + 12,2^2 = 77,44 + 148,84 = 226,28$$

$$\text{Ainsi : } PO^2 \neq PI^2 + IO^2$$

D'après le théorème de Pythagore, on a donc : POI n'est pas un triangle rectangle.

Attention : on ne peut pas utiliser le théorème de Pythagore et sa réciproque dans un même triangle.

II – Triangle rectangle et cercle circonscrit

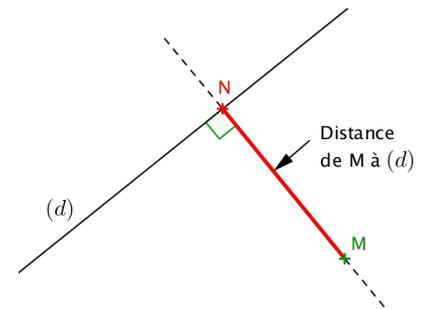
- Si ABC est un triangle rectangle en B, alors B est sur le cercle de diamètre [AC].
- Si B est sur le cercle de diamètre [AC], alors ABC est un triangle rectangle en B.

III – Compléments (hors programme)

a) Distance

Soit une droite (d) et un point M. MN est **la distance** de M à (d) si N appartient à (d) et MN est le plus courte possible.

Soit une droite (d) et un point M.
MN est **la distance** de M à (d) si N appartient à (d) et (MN) est perpendiculaire à (d) .



b) Tangente

Soit \mathcal{C} un cercle et M un point de ce cercle.
La tangente au cercle \mathcal{C} au point M est la droite qui vient toucher le cercle \mathcal{C} au point M.

Soit \mathcal{C} un cercle de centre O et M un point de ce cercle.
La tangente à \mathcal{C} en M est la droite passant par M et perpendiculaire à (OM).

