

Puissances et écriture scientifique

I – Définitions

a) Puissance d'un nombre relatif

n est un nombre entier positif, les puissances de a sont :

- si n est supérieur ou égal à 2 :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

- par convention : $a^0 = 1$ et $a^1 = a$;
- l'écriture a^{-n} désigne l'inverse de a^n ($a \neq 0$): $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

- $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$
- $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$
- $10^7 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000\,000$
- $2 \times 7^3 = 2 \times 7 \times 7 \times 7 = 686$
- $(2 \times 7)^3 = (2 \times 7) \times (2 \times 7) \times (2 \times 7) = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 = 2744$

b) Multiplication d'un nombre avec une puissance de 10

- $2 \times 10^5 = 2 \times 100\,000 = 200\,000$ (ici, la puissance 5 s'applique à 10)
- $4^3 \times 10^{-4} = 64 \times 0,0001 = 0,0064$

II – Règles de calculs

Avec le même nombre relatif

$$5^9 \times 5^{12} = 5^{9+12} = 5^{21}$$

$$\frac{4^9}{4^{12}} = 4^{9-12} = 4^{-3}$$

$$6^7 \times \frac{6^{-3}}{6^2} = 6^{7+(-3)-2} = 6^2$$

Avec la même puissance

$$5^8 \times 2^8 = (5 \times 2)^8$$

$$0,02^{16} \times (-50)^{16} = (0,02 \times (-50))^{16} \\ = 1^{16} \\ = 1$$

$$\frac{6^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{6}{3}\right)^{10} = 2^{10} = 1024$$

Puissance de puissance

$$(9^{15})^{100} = 9^{15 \times 100} = 9^{1\,500}$$

$$(2\,360\,457^{4\,000})^{25} = 2\,360\,457^{4\,000 \times 25} \\ = 2\,360\,457^{100\,000}$$

III – Préfixes

Pour simplifier le nom et l'écriture de certaines mesures exprimées en puissances de dix, on utilise des **préfixes**.

Préfixe	giga	méga	kilo	unité	milli	micro	nano
Symbole	G	M	k		m	μ (<i>mu</i>)	n
Puissance de 10	10^9	10^6	10^3	$10^0 = 1$	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemples de conversion

25,78 **GA** = $25,78 \times 10^9$ A (A : Ampère ; unité de mesure d'intensité électrique)

639,43 **µm** = $639,43 \times 10^{-6}$ m

IV – Ecriture scientifique

L'**écriture scientifique** d'un nombre est l'écriture de la forme $a \times 10^n$

où :

10^n : puissance de dix qui indique l'**ordre de grandeur** du nombre

a : nombre décimal compris entre 1 inclus et 10 exclu.

1) 543 s'écrit : $5,43 \times 10$

En effet : $5,43 \times 10 = 5,43 \times 100 = 543$.

L'ordre de grandeur est la centaine.

2) 45,7 s'écrit : $4,57 \times 10$ ou $4,57 \times 10$

En effet : $4,57 \times 10 = 4,57 \times 10 = 45,7$.

L'ordre de grandeur est la dizaine.

3) 0,0008341 s'écrit $8,341 \times 10$

En effet : $8,341 \times 10 = 8,341 \times 0,0001 = 0,0008341$.

L'ordre de grandeur est le millième.

Intérêt : Classer les très grands nombres ou les très petits nombres.

V – Calculs et simplification avec des fractions

Dans ce cas, on commence par séparer les nombres décimaux des puissances de dix.

$$B = \frac{4 \times 10^{-4} \times 7 \times 10^{15}}{0,5 \times 10^{-6}}$$

$$B = \frac{4 \times 7}{0,5} \times \frac{10^{-4} \times 10^{15}}{10^{-6}}$$

$$B = \frac{28}{0,5} \times \frac{10^{-4+15}}{10^{-6}}$$

$$B = 56 \times \frac{10^{11}}{10^{-6}}$$

$$B = 56 \times 10^{11-(-6)}$$

$$B = 56 \times 10^{18}$$