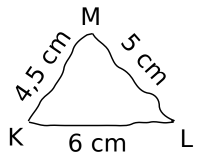
Les triangles

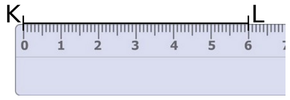
I – Constructions : rappels

a) Avec 3 longueurs

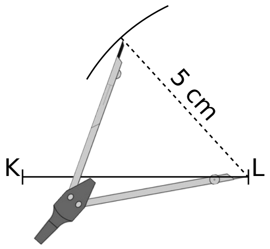
Construire un triangle KLM tel que
KL = 6 cm ; LM = 5 cm et KM = 4,5 cm.

On trace une figure à main levée.

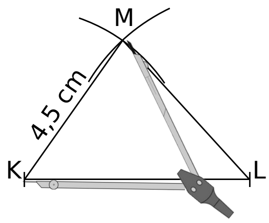




On trace un segment [KL] de longueur 6 cm.



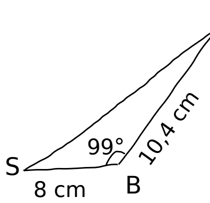
Le point M est à 5 cm du point L : il appartient au cercle de centre L et de rayon 5 cm.



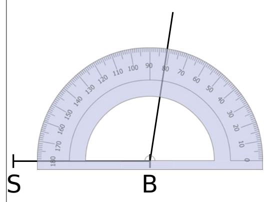
Le point M est à 4,5 cm du point K : il appartient au cercle de centre K et de rayon 4,5 cm.

b) Avec 2 longueurs et un angle

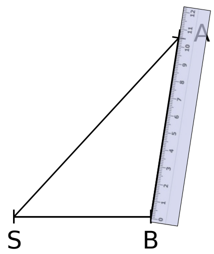
- Construire un triangle BAS tel que AB = 10,4 cm ; BS = 8 cm et $\widehat{SBA}$ = 99°.



On effectue une figure à main levée en respectant la nature des angles.



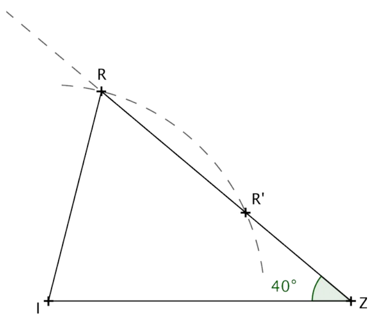
On construit un segment [SB] de 8 cm de longueur.
On trace un angle de sommet B mesurant 99°.



On place le point A à 10,4 cm du point B.
On trace le triangle BAS.

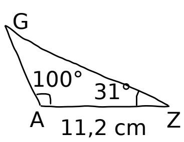
- Construisons un triangle RIZ tel que
RI = 5 cm ; IZ = 7 cm et $\widehat{RZI}$ = 40°

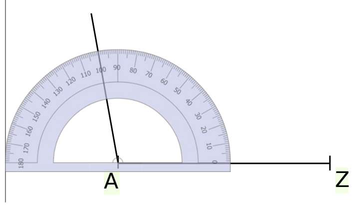
On effectue une figure à main levée.

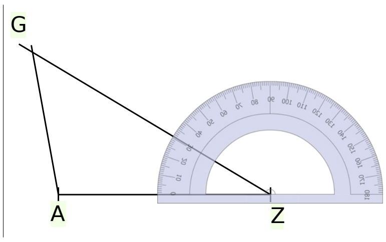


c) Avec 1 longueur et 2 angles

Construire un triangle GAZ tel que AZ = 11,2 cm ; $\widehat{GAZ}$ = 100° et $\widehat{AZG}$ = 31°.







II – Inégalité triangulaire

On donne les trois longueurs.
Si la somme des deux plus petites longueurs est supérieure à la plus grande longueur,
alors on peut construire un triangle dont les côtés ont pour mesure ces trois longueurs.

Remarque
Lorsque la somme des deux plus petites longueurs est égale à la troisième, les points sont alignés.

- On considère les longueurs 7 cm, 12 cm et 3 cm. Peut-on construire un triangle avec ces longueurs ?

La plus grande longueur est 12 cm.
7 + 3 = 10
Or, 10 est plus petit que 12.
Donc, la figure n'est pas réalisable.

- On considère les points A, B et E tels que AB = 6 cm ; AE = 15 cm et EB = 9 cm. La figure est-elle réalisable ?

La plus grande longueur est 15 cm.
6 + 9 = 15
On obtient la même valeur.
Donc, la figure est réalisable et les trois points seront alignés (B est sur le segment [AE]).

III – Les droites remarquables du triangle

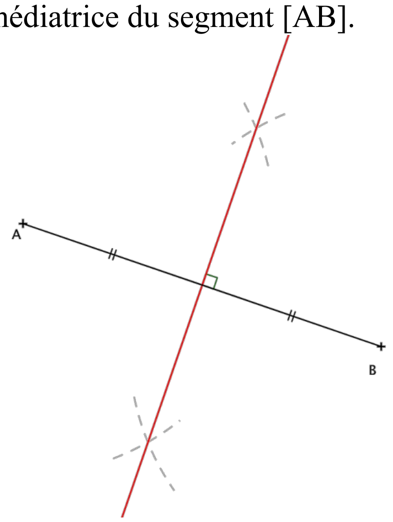
a) Médiatrices et cercle circonscrit à un triangle

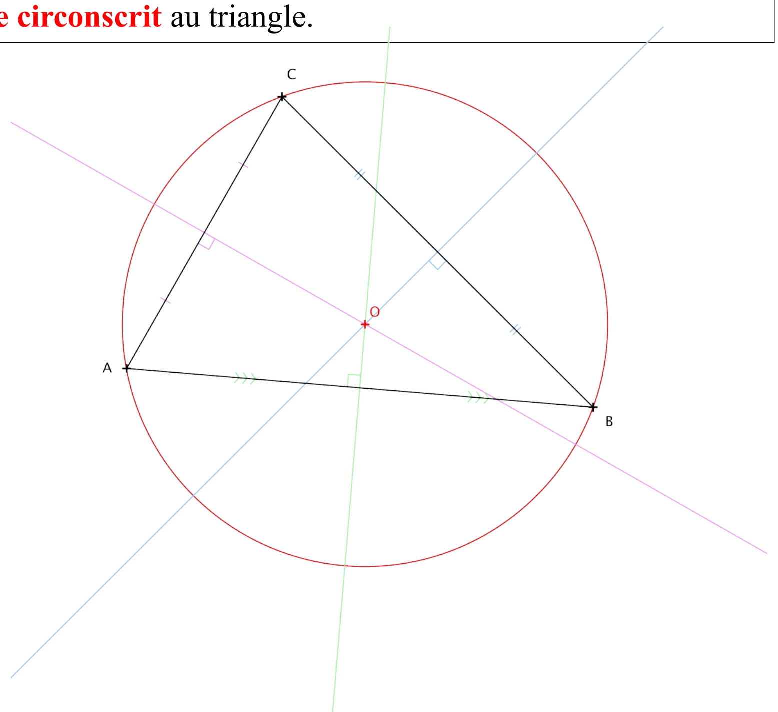
Définitions
On appelle médiatrice d'un segment la droite qui coupe le segment perpendiculairement en son milieu.
Le cercle qui passe par tous les sommets d'un polygone est appelé cercle circonscrit à ce polygone.

Les points situés sur la médiatrice d'un segment sont à égale distance des extrémités du segment.

- Tous les triangles possèdent un cercle circonscrit.
- Dans un triangle, les trois médiatrices sont concourantes.
  Le point de concours est **le centre du cercle circonscrit** au triangle.

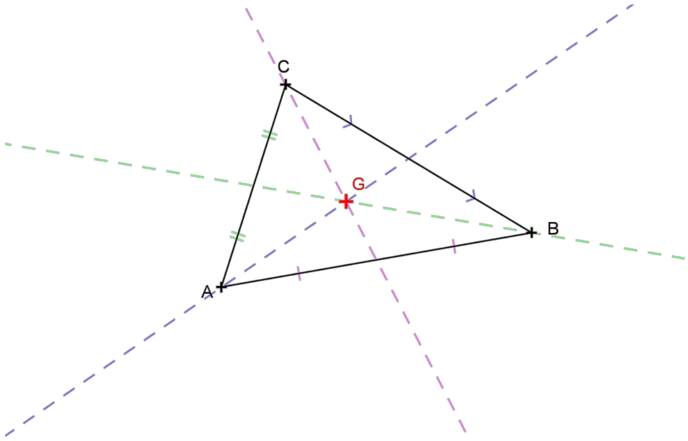
La médiatrice du segment [AB].





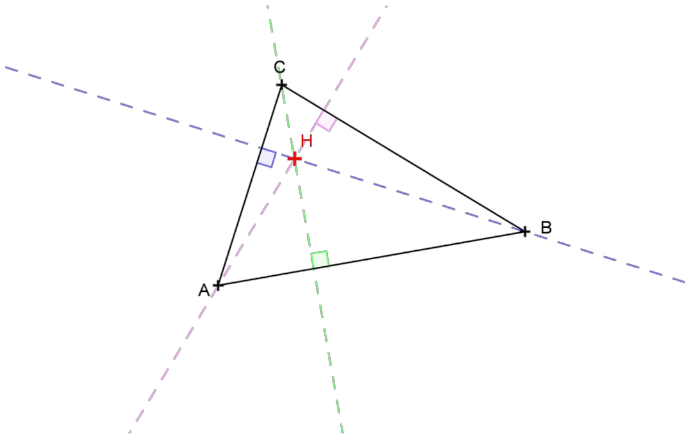
b) Médianes

Les médianes d’un triangle sont concourantes.
Le point de concours est
le centre de gravité de ce triangle.



c) Hauteurs

Les hauteurs d’un triangle sont concourantes.
Le point de concours est
l’orthocentre de ce triangle.



IV – Cas particuliers

- Dans un triangle équilatéral, médiatrices, médianes et hauteurs sont confondues : ce sont les axes de symétrie du triangle.

- Dans un triangle isocèle, la médiatrice issue du sommet principal est aussi une médiane et une hauteur : c’est le seul axe de symétrie du triangle.

- Dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l’hypoténuse.