

# Les fractions

## I – Définitions

Une **fraction** correspond à une "part de" l'élément partagé en parts égales.

### Définition

$a$  et  $b$  désignent deux nombres entiers avec  $b \neq 0$ .

Une fraction s'écrit avec deux nombres entiers ( $a$  et  $b$ ,  $b$  étant différents de 0) séparés par une barre :

$$\frac{a}{b} \begin{array}{l} \leftarrow \text{numérateur} \\ \leftarrow \text{dénominateur} \end{array}$$

Remarque :  $\frac{a}{b}$  est le résultat de la division  $a : b$ .

## II – Ecritures

### a) Généralités

### Définition

Les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction dont des nombres **rationnels**.

Remarque : le trait de fraction principal indique la dernière division

$$A = 5 + \frac{23}{4}$$

$$B = \frac{5+23}{4}$$

$$C = \frac{\frac{24}{6}}{2}$$

$$D = \frac{\frac{24}{6}}{2}$$

$$A = 5 + 5,75$$

$$B = \frac{28}{4}$$

$$C = \frac{4}{2}$$

$$D = \frac{24}{3}$$

$$A = \underline{10,75}$$

$$B = \underline{7}$$

$$C = \underline{2}$$

$$D = \underline{8}$$

### Cas particuliers

- Le nombre entier  $n$  s'écrit  $\frac{n}{1}$  : 3 s'écrit  $\frac{3}{1}$  ; 12 s'écrit  $\frac{12}{1}$ .
- Le nombre 1 peut s'écrire sous la forme  $\frac{n}{n}$ , avec  $n \neq 0$  :  $1 = \frac{25}{25} = \frac{1234567890}{1234567890}$ .
- Tout nombre décimal peut s'écrire avec une fraction décimale :  $43,078 = \frac{43078}{1000}$  ;  $32,61 = \frac{3261}{100}$

Toutes les fractions possèdent plusieurs écritures.

Pour changer l'écriture d'une fraction sans changer sa valeur, il faut multiplier ou diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{2}{3} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 2} \frac{4}{6} \\ \xrightarrow{\times 5} \frac{20}{30} \end{array} = \dots$$

## b) Simplification

### Définition

**Simplifier** une fraction c'est l'écrire avec des nombres entiers les plus petits possibles sans changer sa valeur.

On peut simplifier une fraction en utilisant uniquement des multiplications ou des divisions.  
On simplifie une fraction en réduisant le numérateur et le dénominateur par un même facteur.

#### 1<sup>ère</sup> rédaction possible

$$E = \frac{255}{170} \quad 255 \text{ et } 170 \text{ sont tous les deux divisibles par } 5$$

$$E = \frac{5 \times 51}{5 \times 34}$$

$$E = \frac{51}{34} \quad 51 \text{ et } 34 \text{ sont tous les deux divisibles par } 17$$

$$E = \frac{17 \times 3}{17 \times 2}$$

$$E = \frac{3}{2}$$

#### 2<sup>e</sup> rédaction possible

$$F = \frac{81}{270} \quad 81 \text{ et } 270 \text{ sont tous les deux divisibles par } 3$$

$$F = \frac{81}{270} \div 3$$

$$F = \frac{27}{90} \quad 27 \text{ et } 90 \text{ sont tous les deux divisibles par } 9$$

$$F = \frac{27}{90} \div 9$$

$$F = \frac{3}{10}$$

## c) Egalité de quotients et comparaison

### Définition

**Réduire au même dénominateur** des fractions, c'est transformer leur écriture (sans changer la valeur) pour qu'elles aient toutes le même dénominateur.

Si deux quotients ne sont pas égaux, on peut alors les comparer à l'aide des symboles < et >.

### Cas particulier de la comparaison d'une fraction avec 1

Dans la fraction  $\frac{7}{7+0,000001}$ , le numérateur est plus petit que le dénominateur. Elle est donc inférieure à 1.

### Cas général

Pour comparer deux fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur.

Déterminer si  $\frac{2}{12}$  et  $\frac{3}{24}$  sont égaux.

On met tout avec le dénominateur 24 :  $\frac{2}{12} = \frac{4}{24}$

Or  $\frac{4}{24} \neq \frac{3}{24}$

Donc,  $\frac{2}{12}$  et  $\frac{3}{24}$  ne sont pas égaux. On peut même affirmer  $\frac{2}{12} > \frac{3}{24}$ .